NEUE METHODE

ZUR

BESTIMMUNG DER ROTATIONS-DISPERSION

CIRCULAR POLARISIRENDER SUBSTANZEN.

INAUGURAL-DISSERTATION

DER

HOHEN PHILOSOPHISCHEN FACULTÄT

DER

UNIVERSITÄT ERLANGEN

ZUR

ERLANGUNG DER DOCTORWÜRDE

VORGELEGT

VON

JOHANNES SEYFFART

AUS ANNABERG I/ERZGEB.

ACAD. LUGD. BAT. BIBL.

LEIPZIG,

JOHANN AMBROSIUS BARTH.

1889.

Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41545819_0175

Zur Bestimmung der Drehung der Polarisationsebene für Licht beliebiger Wellenlänge sind, abgesehen von der ersten aproximativen Bestimmungsweise Biot's,[1]) bisher die folgenden Methoden angewandt worden:

1. Die Broch'sche Methode,[2]) deren mittlere Fehler einer einzigen Beobachtung nach seinen Angaben betragen:

0,14° für Licht der D-linie
0,22° „ „ „ C u. E-linie
0,34° „ „ „ B u. F-linie
0,49° „ „ „ G-linie.

Etwas geringere Fehlergrenzen erhielten G. Wiedemann,[3]) Arndtsen,[4]) Soret und Sarasin[5]) durch theilweise Verbesserungen der Methode. Der Hauptmangel derselben besteht in der nur zeitweise möglichen Benutzung des Sonnenlichtes.

2. Die V. v. Lang'sche[6]) Methode, deren aus 15—20 Einzelablesungen berechnete mittlere Fehler auf ± 0,26° für die Li-, Na- und Tl-linie angegeben sind, und auf ± 0,10° als grösste Abweichung einer Beobachtung vom Mittelwerth. Für dunklere Farben ist die Methode auch bei Benutzung von Drumond's Licht nicht anwendbar.

Bei eigener Prüfnng derselben mit Benutzung einer Doppelsäule aus rechts- und linksdrehendem Quarz erhielt ich als grösste Abweichung vom Mittelwerth

± 1,5° für die Na-linie
± 4,5° für die H-violett-Linie.

Die dünne Schicht des Klebmittels beider Quarzplatten erzeugte an der Berührungsstelle der beiden übereinander zu stellenden

---

[1]) Memoires de l'Acad. d. sciences, Paris 1819, **2**, 41—136. — [2]) Dove's Repertorinen d. Physik 1846, **7**, 113. — [3]) Pogg. Ann. **82**, 215. — [4]) Ann. d. Chim. et de Phys. (3) **54**, 403. — [5]) Compt. rend. 1882, **95**, 635—38. — [6]) Pogg. Ann. **156**, 422.

Streifen eine geringe unregelmässige Verdickung, wesshalb nicht sicher auf ein als Ganzes gerad und gleichmässig verlaufendes Band eingestellt werden konnte.

3. H. Wild[1]) hat sein Polaristrobometer für den Gebrauch von weissem Licht sowie zur Bestimmung der Rotationsdispersion eingerichtet, indem er nahe vor dem Polariscop ein Amici'sches Prisma à vision direte befestigt, um dessen Ende des Polariscopfernrohr zur messbaren Einstellung auf die verschiedenen Theile des Spectrum's drehbar ist. Das Polarimeter ist jedoch insofern noch vom Sonnenlicht abhängig, als die gewünschte Farbe bestimmter Wellenlänge zuvor durch Einstellung auf die entsprechende schwarze Linie des Sonnenspectrums ermittelt werden muss. Als Fehlergrösse zwischen den beiden Einstellungen auf homogenes Na-licht und auf die D-linie des Sonnenspectrums mit Einlegung einer Zuckerlösung, findet Wild $\pm$ 0,03°. Für die Beobachtung in den dunkleren Farben fehlt eine genaue Angabe.

4. F. Lippich[2]) empfiehlt mittelst eines grossen lichtstarken Spectralapparates ein reines Spectrum auf die Spaltebene eines Collimators zu werfen, der sodann das annähernd monochromatische Licht in parallelem Strahlenbündel den Polarisatoren zuführt. Das bewegliche Fernrohr des Spectralapparates ist, bei umgekehrter Aufstellung desselben, durch Einsetzen einer Lichtspalte zum Collimator gemacht, und kann man durch Drehung desselben jeden beliebigen Theil des Spectrums in den Polarisationsapparat werfen.

Da die nachfolgend beschriebene Methode mit dieser Anordnung viel Aehnlichkeit besitzt, sei es gestattet, darauf noch etwas näher einzugehen.

Die Lichtquelle ist hier gleich dem Fernrohrcollimator beweglich und mit diesem in fester Verbindung. Die Schärfe der Einstellung wird durch Anbringen eines Heliometerobjectives und zweier Reversionsprismen erreicht, wodurch zwei nebeneinander und verkehrt zu einander liegende Spaltbilder erhalten werden, in welchen bei gekreuzten Nicol's die zwei dunkelen schräg liegenden Streifen in entgegengesetzter Richtung verlaufen und auf Tangirung eingestellt werden.

[1]) Bullet. de l'Acad. de St. Petersb. 28, 408. — [2]) Wiener acad. Sitz.-Ber. 1882, 85, 268—326.

Bei über 30° Neigungswinkel der Streifen zur Spaltrichtung, als Folge wachsender sehr grosser Rotationsdispersion, wird die Einstellung unsicher, und dann ist die Methode nicht mehr anwendbar.

Die Grösse der Fehlergrenzen ist nur für das Lippich'sche Polarimeter für einfache Polarisation angegeben, und zwar 15 Sec. = 0,004° als grösste Abweichung zweier Werthe in 10 Ablesungen.

Um die Fehlergrenze bei Bestimmung der Drehung der Polarisationsebene, welche für einfache Polarisation bei den bekannten Polarimetern zwischen 0,02° bis 0,04° als grösstem Einstellungsfehler schwankt, für Beobachtung mit beliebigen Farben des Spectrums möglichst auf ein gleiches Maass herabzudrücken, habe ich die nachfolgend unter A beschriebene Methode angewendet, mit Hülfe deren zugleich die Rotationsdispersion des Rohrzuckers sehr genau festgestellt werden konnte. Die betreffenden Bestimmungen sind unter C und D zusammengestellt, ebenso einige Bestimmungen über die Rotationsdispersion der Weinsäure unter E. Ein besonderes Kapitel, die Berechnung der Fehlergrenzen der Methode, ist unter B eingeschaltet.*)

Die bisher auf ihre Polarisations-Rotationsdispersion untersuchten Körper finden sich nachfolgend verzeichnet. Es ist bestimmt worden: die Rotationsdispersion des Quarzes von Broch,[1]) Stefan,[2]) v. Lang,[3]) Soret u. Sarasin;[4])[5]) — des Rohrzuckers von Arndtsen,[6]) Stefan;[7]) — des Traubenzuckers von Hoppe-Seyler;[8]) — des Citronenöls und Terpentinöls von

*) Die schriftliche Ausarbeitung der in den Jahren 1878—79 im physikalischen Laboratorium des Herrn Geheimrath Prof. Dr. G. Wiedemann unternommenen Versuche früher zu beenden, bin ich durch technische Stellungen verhindert gewesen.

[1]) Dove's Repert. d. Phys. 1846, **7**, 115. [2]) Sitz.-Ber. d. Wien. Acad. **50**; Pogg. Ann. 1864, **122**, 631; ebenda 1865, **126**, 658—60. [3]) Pogg. Ann. 1875, **156**, 422. [4]) Pogg. Ann. 1875, **157**, 447; Compt. rend. 1875, **81**, 610; ebenda 1876, **83**, 318; ebenda 1877, **84**, 1362. [5]) Comqt. rend. 1882, **95**, 635. [6]) Ann. de Chim. et de Phys. 1858 (3) **54**, 403; — Pogg. Ann. **105**, 312. [7]) Sitz.-Ber. d. Wien. Acad. 1865, (2) **51**, 486; — Pogg. Ann. **126**, 658. [8]) Zeitschr. f. analyt. Chem. 1867, **55**; ebenda 1875, 303.

G. Wiedemann;[1]) — der Weinsäure und Apfelsäure von Arndtsen;[2]) — der festen Weinsäure von Biot;[3]) — einiger weinsaurer Salze von Krecke;[4]) — des natürlichen Camphers von Arndtsen;[5]) — der Gallensäuren von Hoppe-Seyler;[6]) — des Cholesterin's von Lindenmeyer;[7]) — von Oelen und Kamphor bei verschiedenen Temperaturen von Gernez;[8]) — des Santonins und seiner Derivate von R. Nasini.[9]) —

A. Anordnung des Dispersions-Polarimeters.

Der Apparat (Taf. 1, Fig. 1) besteht aus einem Sciopticon A, in welchem das Licht durch einen gut centrirten Strahl von Leuchtgas und Sauerstoff auf einer Fläche von 3 mm auf dem Kalkconus erzeugt wird; ferner aus dem Spectrometer S_I, dem einfachen Spectralapparat S_{II}, und dem Polarisationsapparat P.

Im Spectrometer S_I befindet sich bei 0, im Brennpunkt der zweiten Objektivlinse und des Ocular's ein Diaphragma eingeschoben, mit einem senkrechten Spalt von $^1/_{16}$ mm Breite. Das Diaphragma ist senkrecht zur Fernrohraxe drehbar, sowie ferner noch derart verschiebbar angeordnet, dass es ganz ausserhalb des Gesichtsfeldes gebracht werden kann.[10]) Der Spalt, welchen ich Ocularspalt nenne, ist gleich dem Collimatorspalt und der Prismakante der Hauptdrehungsaxe des Spectrometers parallel zu stellen, indem man ihn mit Hülfe einer scharfen Spectrallinie dem Collimatorspalt entsprechend orientirt, dessen Weite $^1/_3$ mm beträgt.

Das Ocularfernrohr wird auf das Minimum der dunkelsten Spectrallinie, welche noch beobachtet werden soll, eingestellt

[1]) Pogg. Ann. 1851, **82**, 215. [2]) Ann. de Chim. et de Phys. 1858 (3) **54**, 403; Pogg. Ann. **105**, 312; Berl. Jahresb. d. Phys. 1872, 428. [3]) Ann. d. Chim. et de Phys. (3) **28**, 351. [4]) Arch. Neerl. 1872, **7**, 97; Berl. Jahresb. d. Phys. 1872, 428. [5]) Ann. de Chim. et de Phys. 1858 (3) **54**, 403. [6]) Journal für pract. Chem. 1863, **89**, 257; Chem. Centr.-Bl. 1864, 129. [7]) Journal f. pract. Chem. 1861, **90**, 323. [8]) Ann. de l'école nom. **1**, 1. [9]) Atti della R. Acad. dei Lincei, Roma. 1882 (3) **13**, 129.

[10]) Diese letztere Vorrichtung fehlte zwar beim benutzten Apparat, ist aber zur besseren Justirung des Spectrometers unerlässlich.

und in dieser Lage, bei minimaler Verrückung nach Ultraviolett hin, fixirt. Von den beiden durch Drehen des Prisma's das Gesichtsfeld passirenden Spectren wird dasjenige mit der grösseren Farbendispersion gewählt, wobei also die Normale der Austrittsfläche den geringsten Winkel mit der Achse des Fernrohres bildet und damit nach L. Ditscheiner[1]) auch die Krümmung der Septrallinien auf das geringste Maass beschränkt wird.

Um bei möglichst homogenem Licht nicht durch zu geringe Ocularspaltweite zuviel desselben infolge wachsender Beugung zu verlieren, wurde das Ocularfernrohr um 19 cm vom Prisma abgerückt. Hierbei füllte die Na-linie den 0,06 mm weiten Ocularspalt vollständig aus, und derselbe wurde schliesslich bis auf 6 mm Höhe, der Collimatorspalt bis auf 3 mm Höhe von oben und unten abgeblendet. Vor dem Ocular des Fernrohres befindet sich ferner die Cylinderlinse C_1 mit zum Ocularspalt senkrecht gekreuzter Axe und einer solchen Brennweite, dass das Sammelbild annähernd in die Mitte zwischen den beiden Nicols zu liegen kommt.

Zur Controle der richtigen Einstellung des Prisma's auf bestimmte Spectrallinien dient der Spectralapparat S_{II}, dem das Lichtbündel mittelst des beweglichen Winkelspiegels W zugebrochen werden kann. Man erblickt im Spectralapparat II ein Theilspectrum von mehrfacher Breite der Controlspectrallinie — in unserem Falle etwa die 8fache —, das beim Hin- und Herbewegen des Winkelspiegels, also dem Vorbeiführen des Lichtbündels am 2. Collimatorspalt, unbeweglich bleibt und sich scharf abgrenzt, sobald der Ocularspalt genau auf dem Brennpunkt der jeweilig eingestellten Spectrallinie einsteht. Infolge der Brennweite der benutzten Cylinderlinse I konnte der Collimator I nicht auf ∞ eingestellt werden, und die Brennpunkte der verschiedenen Farben lagen ziemlich weit auseinander — vom H-roth bis Rb-violett gerade 20 mm —, auf welche daher durch Verschieben des Auszugsrohres der Ocularspalt jedesmal besonders einzustellen war.

Der Polarisationsapparat P ist ein einfacher Mitscherlich'scher Apparat mit drehbarem Polarisator. Infolge der Cylinderlinse I erscheint im stets dunkelen Gesichtsfelde nur eine feine äusserst

---

[1]) Wiener Berichte, math. nat. Cl. 1865, 51, II, 368.

blendende senkrechte Linie, die beim Kreuzen der Nicols entweder ganz ausgelöscht oder bei zwei bestimmten diametralen Lagen des Analysators von einem schwarzen etwas geneigten Querstreifen durchwandert wird, Diese letztere Lage des Analysators wird durch versuchsweises Drehen desselben um seine Axe bald gefunden, und ist in einer bestimmten günstigeren Orientirung des Hauptschnittes mit der optischen Axe des Analysators zur Axe des Strahlenbündels begründet.

Da die Breite des Querstreifens im umgekehrten Verhältniss zur Wellenlänge des angewandten Lichtes wächst, so löscht derselbe in den dunkleren Farben die Mittellinie ganz aus, und ist nur im Na-gelb zur scharfen Einstellung benutzbar. Die hiermit bewirkte Nullpunkteinstellung in beiden Halbkreisen ergab Maximalabweichungen vom Mittelwerth aus 8 Einstellungen im Betrag von 0,02—0,04°; und mit Einlegung verschieden stark drehender activer Lösungen 0,02—0,20°.

Um auch für die übrigen Spectralfarben eine gleichscharfe Einstellung zu ermöglichen, befindet sich zwischen der activen Lösung und dem Analysator noch eine zweite Cylinderlinse mit Parallelstellung ihrer Axe zum Ocularspalt; sie ist in einen Schlitten mit Triebvorrichtung gefasst, so dass man während der Untersuchung zugleich mit und ohne Cylinderlinse II beobachten kann.

Durch dieselbe wird im dunkelen Gesichtsfelde ein äusserst blendendes horizontalverlaufendes etwa 25 mm langes nnd 2—3 mm hohes Band erhalten, das zu beiden Seiten von den auf Grund des feinen Ocularspaltes auftretenden Interferenzstreifen durchsetzt wird (siehe Taf. 1, Fig. 2). Beim Kreuzen der Nicols tritt in das etwas lichtschwächer werdende Band ein schwarzer senkrecht oder etwas schräg verlaufender Streifen, dessen Stellung auf die Mitte des hellen Bandes selbst in den dunkelen Farben noch leicht und sicher bewirkt werden kann. Die Maximalablesungsdifferenzen einer einzelnen Beobachtung des Nullpunktes vom Mittelwerth aus 6—10 Einstellungen waren folgende:

für	H.-roth	Na.-gelb	Tl.-grün	H.-blau	Sr.-blau	H.-viol.	Rb.-viol. II
	± 0,04°	± 0,02°	± 0,03°	± 0,04°	± 0,04°	± 0,06°	± 0,14°

welche Differenzen bei Einlegung activer Lösungen sich noch

etwas vergrösserten. Selbstredend sind die Beobachtungen im Dunkelzimmer auszuführen.

Die grosse Empfindlichkeit bei Anwendung der Cylinderlinse II ist in der sehr starken Convergenz der Lichtstrahlen begründet, die den Effect einer vermehrten oder verminderten Drehung der Polarisationsebene ausübt, sobald die Axe des Lichtbündels sich gegen die Axe der Cylinderlinse II verschiebt und umgekehrt. Die Brennlinie derselben lag dicht hinter dem Nicol II, und die Brennweite betrug 3 Zoll. Eine nothwendige Folge so starker Convergenz der das Nicol II durchsetzenden Lichtstrahlen ist die, den Analysator fest und den Polarisator drehbar zu gestalten, und für den letzteren das Glazebrook'sche Prisma mit senkrechten Stirnflächen zur Apparatenaxe zu wählen.

B. Berechnung der Fehlergrenzen des Dispersions-Polarimeters.

Die Breite des Theilspectrums im Spectralapparat II liess sich durch den Drehungsbetrag von Prisma I bestimmen, welcher nöthig war, um das Theilspectrum an der zugehörigen Spectrallinie vorbeizuführen. Die erhaltenen Werthe waren folgende:

	Erhaltene Grade	= Min.	Sec.
für die Na.-linie	— 0,20°	— 12′	—″
„ „ Tl.-linie	— 0,225°	— 13′	30″
„ „ H.-blaulinie	— 0,275°	— 16′	30″
„ „ Sr.-blaulinie	— 0,325°	— 19′	30″
„ „ H.-viol. „	— 0,425°	— 25′	30″

Trotz dieser beträchtlichen Breite des Spectrumausschnittes war die genaue Einstellung des Prisma's I bei Orientirung des Spectralbandes mitten unter die zugehörige Spectrallinie und des Ocularspaltes auf den Brennpunkt der durchpassirenden Lichtstrahlen bequem bis zu 0,025° erreichbar, bei subtiler Beobachtung sogar bis zu 0,01°.

Es soll aus dieser Fehlergrenze der Prismafalschstellung von 0,025°, welche für alle Farben annähernd gleich bleibt, die hierdurch bedingte Fehlergrösse der Polari-

sation bestimmt werden. Hierzu benöthigen wir einer Anzahl Brechnungsexponenten unseres Glasprisma's I, und zwar: für die gewählten Spectrallinien; ferner für die Randstrahlen des auf dieselben eingestellten Lichtbündels; und endlich für den Mittelstrahl desselben in dem Falle, wenn das Prisma um 0,025° gegen die normale Einstellung verschoben wird.

Nach meinen Messungen betrugen die Brechungsindices des Prismas, sowie die Ablenkungswinkel für die Minimumstellung einer jeden Spectrallinie:

Brechender Winkel g = 59° 52′ 40″.

Spectrallinie	H.-roth	Na.-gelb	Tl.-grün	H.-blau	Sr.-blau	H.-viol.	Rb.-viol. II.
Brech. Expon.	1,611 505	1,616 310	1,621 569	1,628 136	1,632 680	1,638 248	1,641 774
Ablenkgs.-winkel d	47°35′—″	48° 3′ 10″	48°34′10″	49°13′10″	49°40′20″	50°13′50″	50°35′10″

Um zu den übrigen Brechungsexponenten zu gelangen, berechnen wir zuerst die normalen Einfallswinkel für die genannten Spectrallinien. Hierzu haben wir die constante Ablenkung d unseres Strahlenbündels zu ermitteln, welche folgt aus den Formeln:

$$\text{I.}\quad d = 2i_0 - g \qquad \text{II.}\quad \sin i_0 = n_0 . \sin \frac{g}{2},$$

wenn n_0 den Brechungsexponenten und i_0 den Ein- und Ausfallwinkel für die Minimumstellung bezeichnen, d. i. für einen x-Violettstrahl, dessen Wellenlänge etwas geringer war, als diejenige der Rb.-violett II-Linie. Die Grösse n_0 erhalten wir auf einem Umwege, aus den Drehungsbögen für Prisma I, um unsere Spectrallinien zweimal in den Ocularspalt zu bringen. Die bezüglichen Werthe, mit 2x bezeichnet, finden sich später an geeigneter Stelle mitgetheilt.

Nennen wir nun i_1 und i_2 die Einfallswinkel in Bezug auf eine Spectrallinie diesseits und jenseits vom Minimum der Ablenkung, und α_1 α_2 die zugehörigen Brechungswinkel, so ist immer, wenn i_1 Einfallswinkel für die eine Prismastellung bildet, i_2 zugleich der Ausfallswinkel, und ebenso umgekehrt bei der gleich grossen aber entgegengesetzten Drehung des Prisma's aus der Minimumlage. Die Drehungsbögen von dieser

aus bis zur diesseitigen und jenseitigen Einstellung einer Spectrallinie sind also genau gleich gross, und der gesammte Drehungsbogen kann mit 2x bezeichnet werden.

Mit Hinweglassung der Formelentwicklung[1]) für i_0 sind die Hauptgleichungen folgende:

$$\text{III.}\quad i_2 - i_1 = 2x. \qquad \text{IV.}\quad i_2 + i_1 = 2i_0.$$

$$\text{V.}\quad i_0 = \frac{g+d}{2} \qquad \text{VI.}\quad \alpha_0 = \frac{g}{2} \text{ und } g = \alpha_1 + \alpha_2.$$

$$\text{VII.}\quad \cos 2i_0 = \cos g - \frac{\sin^2 g\,(n-1)\,(n+1)}{2\cos \tfrac{1}{2}(g+2x)\cos \tfrac{1}{2}(g-2x)}.$$

$$\text{VIII.}\quad n_0 = \frac{\sin i_0}{\sin \frac{g}{2}}$$

Da die Bestimmung der Drehungsbögen 2x mit dem benutzten Apparat nur annähernd genau zu erreichen war, so ist n_0 für sämmtliche beobachteten 2x berechnet und davon der Mittelwerth genommen worden. Derselbe stellt sich auf:

$$n_0 = 1{,}646\,300.$$

Mit Einführung dieses Werthes in die Gleichungen I und II erhalten wir:

$$d = 51^0\ 2'\ 41{,}8''.$$

Aus den Grössen d, g und den verschiedenen n können wir die Einfallswinkel i_2 und i_1 finden mit Hülfe der Gleichungen

$$\text{IX.}\quad \begin{cases} i_2 + i_1 = d + g \\ i_2 - i_1 = 2x. \end{cases} \qquad \text{X.}\quad \begin{cases} i_2 = \tfrac{1}{2}(d + g + 2x) \\ i_1 = \tfrac{1}{2}(d + g - 2x). \end{cases}$$

$$\text{XI.}\quad \cos 2x = \cos(i_2 - i_1) = \frac{n^2 \cdot \sin^2 g + \cos(g+d)\cdot\cos g - 1}{2\sin \tfrac{1}{2}(2g+d)\cdot\sin \tfrac{1}{2} d.}$$

In die Gleichungen IX bis XI die ermittelten Werthe für d, g und n eingeführt, und einige Spectrallinien hier fortlassend, erhalten wir folgende Werthe für i_2, i_1 und 2x:

Spektrallinien	i_2	i_1	berechnete 2x	beobachtete 2x
Na.-gelb	67° 32′ 50,25″	43° 39′ 26,55″	23° 53′ 23,7″	23° 43′ 30″
H.-blau	64° 53′ 19,3″	46° 18′ 57,5″	18° 34′ 21,8″	18° 36′ —″
H.-violett	61° 46′ 46,9″	49° 25′ 29,9″	12° 21′ 17,0″	12° 36′ —″
x-violett	55° 36′ 8,4″	55° 36′ 8,4″	0° 0′ 0″	—

[1]) Dieselbe, sowie diejenige für die nächstfolgenden Formeln XI u. XIII ist als Anhang am Schluss der Abhandlung in möglichster Kürze wiedergegeben.

Die Ungenauigkeit der beobachteten Drehungsbögen $2x$ kommt in der Differenz mit den aus dem mittleren n_0 berechneten $2x$ zum Ausdruck, ist aber gerade für die hier weggelassenen Zwischenlinien wesentlich geringer. Der Grund dieser erheblichen Differenzen liegt darin, dass mit dem benutzten Apparat der Parallelismus der beiden Spalte mit der Brechungskante sowie der Drehungsaxe des Prisma's nur für die eine Seite der Minimumstellung einigermassen genau erreicht werden konnte.

Wir wählen jetzt nach Ditscheiner[1]) diejenige Reihe der Prismastellungen aus, für welche die Austrittswinkel am kleinsten sind, und da von den Winkeln i_2 und i_1 immer der eine den Austrittswinkel bildet, wenn der andere den Einfallswinkel darstellt, so haben wir als Einfallswinkel die Reihe unter i_2 zur Verfügung, deren Winkelgrössen wir jetzt um die Fehlergrössen der Prismastellung und der Randstrahlen unseres Lichtbündels vermehren oder vermindern, und aus den so corrigirten Einfallswinkeln die denselben entsprechenden Brechungsexponenten ableiten.

Um die Brechungsexponenten der Randstrahlen zu berechnen, können wir dem Einfallswinkel i_2 nur die Hälfte des Drehungsbogens von Prisma I, welcher dem Theilspectrum von einem Randstrahl zum anderen entsprach, das ist um $^1/_2 . 0{,}20^0$ bis $^1/_2 . 0{,}425^0$ von Na.-gelb bis H.-violett, hinzurechnen oder abziehen. Nennen wir die um diese Beträge vergrösserten oder verringerten Einfallswinkel i_{2y}' und i_{2y}'', sowie die um den höchsten Betrag der Prismafalschstellung, das ist um $0{,}025^0 = 1' 30''$ vergrösserten Einfallswinkel $= i_{2x}$, so erhalten wir folgende Winkelgrössen:

Spectrallinien	i_{2x}	i_{2y}'	i_{2y}''
Na.-gelb	67° 34′ 20,2″	67° 38′ 50,2″	67° 26′ 50,2″
H.-blau	64° 54′ 49,3″	65° 1′ 34,3″	—
H.-violett	61° 48′ 16,9″	61° 56′ 31,9″	61° 34′ 1,9″
$\varkappa$-violett	55° 37′ 38,4″	—	—

Die Berechnung von n, wenn gegeben ist i_2, d und g folgt.

[1]) Wiener Berichte, math. nat. Cl. 1865, **51**, II, 368.

mit Fortlassung der Formelentwicklung*) nach den Gleichungen:

$$\text{XII.} \quad i_1 = g + d - i_2$$

$$\text{XIII.} \quad \operatorname{tg}\left(\alpha - \frac{g}{2}\right) = \operatorname{tg} {}^1/_2\, g \,.\, \operatorname{ctg} {}^1/_2\,(i_2 + i_1) \,.\, \operatorname{tg} {}^1/_2\,(i_2 - i_1).$$

$$\text{XIV.} \quad n = \frac{\sin i_2}{\sin \alpha}$$

Wir erhalten nun, mit Benutzung der uns bekannten Grössen g, d und i_{2x}, sowie i_{2y}' und i_{2y}'' die folgenden Werthe:

Brechungsexponenten für die um 0,025° corrigirte Prismal-Stellung, sowie für diejenige zur Einstellung der Randstrahlen des Lichtbündels.

	nx	n	n — nx	n_y'	n_y''	$n - n_y'$	$n_y'' - n_y'$
Na.-gelb	1,616 186	1,616 310	0,000 124	1,615 809	1,616 808	0,000 501	0,000 999
H.-blau	1,628 039	1,628 136	0,000 097	1,627 596	—	—	—
H.-viol.	1,638 183	1,638 248	0,000 065	1,637 680	1,633 792	0,000 562	0,001 106
$\varkappa$-viol.	1,646 2998	1,646 300	0,000 0002	—	—	—	—

Die Differenz n — nx, also der Fehler einer bestimmten Falschstellung des Prisma's I verschwindet natürlich in der Minimumstellung, und nimmt mit der Wellenlänge zu, während die den beiden Randstrahlen des Lichtbündels entsprechenden Differenzen $n - n_y'$ für alle Farben nahezu constant sind.

Aus den Brechungsexponenten können wir weiterhin die Drehung der Polarisationsebene ableiten, wenn wir die zugehörige Wellenlänge berechnen, welche wir vorliegenden Falls genau genug nach den Cauchy'schen Formeln

$$n = \alpha_1 + \frac{\alpha^2}{\lambda^2} \qquad \alpha_1 = \frac{n_2 - n_1}{\frac{1}{\lambda_2^2} - \frac{1}{\lambda_1^2}}$$

$$\alpha_2 = \frac{n_1 \frac{1}{\lambda_2^2} - n_2 \frac{1}{\lambda_1^2}}{\frac{1}{\lambda_2^2} - \frac{1}{\lambda_1^2}} \qquad \lambda_x = \sqrt{\frac{\alpha_2}{nx - \alpha_1}}$$

*) Für die freundliche Hülfe des Herrn Gymnasiallehrer Emil Richter in Berlin bei der Entwicklung der benöthigten Formeln sei ihm auch hier mein herzlicher Dank ausgesprochen.

erhalten, wenn die Constanten α_1 und α_2 für je zwei naheliegende Spectrallinien besonders bestimmt werden.

	α_1	log α_2	λx	λ	$\lambda x - \lambda$
$C\alpha$ = H-roth	1,591 5205.5	0,934 4878.7 — 9	658,36	656,0	2,36
D = Na-gelb	„	„	590,47	589,0	1,47
Tl-grün	1,590 5648.7	0,948 1254.3 — 9	535,99	535,0	0,99
$F\beta$ = Hβ-blau	„	„	486,63	486,0	0,63
Sr-blau	1,598 2810.4	0,964 8938.0 — 9	461,46	461,0	0,46
$H\gamma$ = H-violett	„	„	434,29	434,0	0,29
Rb.-viol. II	—	—	—	420,0	—

Die vorletzte Columne unter λ enthält die der Berechnung zu Grunde gelegten Wellenlängen in Einmilliontel-Millimetern. $\lambda_x - \lambda$ zeigt den Unterschied der Wellenlängen für den Fehler der Prismastellung von $+ 1' 30''$.

Da die Differenz der mittleren Wellenlängen der beiden Na-linien = 1,5 Milliontel-mm beträgt, so haben wir in unserem Falle mit einer Prisma I-Drehung um $1^1/_2$ Minute gerade die Differenz der beiden Na-linien vor uns. — Die λ für die Randstrahlen unseres Lichtbündels, mit Hülfe der oben gegebenen Constanten α_1 und α_2 berechnet, erhalten wir:

	λ_y'	λ	$\lambda_y' - \lambda$	λ_y''	$\lambda - \lambda_y''$
Na-gelb	595,04	589,0	6,04	583,17	5,83
H-blau	489,53	486,0	3,53	—	—
H-violett	436,52	434,0	2,52	431,61	2,39

Aus diesen Werthen für λ_y und λ_x vermögen wir jetzt, mit Hülfe der Boltzmann'schen Gleichung $\varrho = \frac{a}{\lambda^2} + \frac{b}{\lambda^4}$, und beobachteter Drehungsgrade der Polarisationsebene für unsere normalen λ der 7 Spectrallinien, die gesuchten Fehlergrenzen der Einstellung unseres Polarimeters zu berechnen.

I. Die Fehlergrenzen der Polarisation

bei Einstellung des Prisma's I auf bestimmte Spectrallinien, und infolge der nicht homogenen Beschaffenheit des Lichtbündels.

Zur Berechnung der Constanten für die Boltzmann'sche Gleichung gehen wir von der gefundenen Drehung durch eine

20% Zuckerlösung bei 140 mm Rohrlänge und 15,0° Cels. Temp. aus. Es wurden hierbei folgende Drehungsbeträge erhalten:

Spectrallinie	H-roth	Na-gelb	Tl-grün	H-blau	Sr-blau	H-viol.
Drehungsgrade	16,025°	20,160°	24,845°	30,575°	34,44°	39,40°

Auf Grund dieser Werthe erhalten wir für die Constanten a und b mit Hülfe der Methode der kleinsten Quadrate die Werthe:

$$a = \frac{6{,}48972}{10^6} \qquad b = \frac{0{,}175412}{10^{12}}$$

Dieselben, sowie die verschiedenen λ und λ_x in die Gleichung für ϱ eingeführt, erhalten wir:

Die Polarisationsfehler durch Prismafalschstellung um 0,025° für 20% Zuckerlösung bei 140 mm Rohrlänge.

Spectrallinien	H-roth	Na-gelb	Tl-grün	H-blau	Sr-blau	H-viol.
ϱ berechnet mit λ	16,028°	20,164°	24,815°	30,620°	34,421°	39,399°
ϱx berechnet mit λx	15,906°	20,057°	24,715°	30,533°	34,344°	39,339°
Fehlergrösse $(\varrho - \varrho x)$	0,122°	0,107°	0,100°	0,087°	0,077°	0,060°

Die hier durch Berechnung ermittelten Fehlergrössen sind nun auch durch Drehung des Prisma's um 0,050 bis 0,100° aus seiner normalen Stellung heraus direct im Polarisationsapparat beobachtet worden: die beobachteten Drehungsbeträge, auf 0,025° Prismadrehung reducirt, waren folgende:

Spectrallinien	Drehung der Pol.-Ebene für 0,025° Prismadrehung		
	direct beobachtet		berechnet
	bei 0,05° Prisma-Dr.	bei 0,10° Prisma-Dr.	
Na-gelb	0,106°	0,102°	0,107°
Tl-grün	0,095°	0,094°	0,100°
H-blau	0,075°	0,078°	0,087°
Sr-blau	0,073°	0,061°	0,077°

Diese fast vollkommene Uebereinstimmung der beobachteten und der berechneten Grössen für $(\varrho - \varrho x)$ beweist uns zugleich die Richtigkeit unserer gesammten Berechnung der Fehlergrössen. Dagegen betrugen nun die mittleren Einstellungsfehler des

Polarisationsinstrumentes für Nagelb bis H-violett nur 0,02° bis 0,06°; zur Beschränkung des Fehler's der Prismafalschstellung auf diese Grenze muss also das Prima bis auf 0,005° = 20 Sec. genau justirbar sein.

Wir haben jetzt noch die Drehung der Polarisationsebene für Einstellung der Randstrahlen unseres Lichtbündels, also für λ_y' und λ_y'' zu berechnen, und erhalten bei abermaliger Benutzung der für die 20% Zuckerlösung ermittelten Constanten:

Polarisations-Differenzen für Mittelstrahl und Randstrahl des Lichtbündels, mit 20% Zuckerlösung bei 140 mm Rohrlänge.

Spectrallinien	ϱ aus λ berechnet	ϱ_y'	$\varrho - \varrho_y'$	ϱ_y''	$\varrho_y'' - \varrho$	$\varrho_y'' - \varrho_y'$
Na-gelb	20,164°	19,728°	0,436°	20,599°	0,435°	0,871°
H-blau	30,620°	30,136°	0,484°	—	—	—
H. viol.	39,399°	38,889°	0,510°	39,892°	0,493°	1,003°

Die Differenz $\varrho_y'' - \varrho_y'$ entspricht der Drehung des Prisma's I um die Breite des durch den Ocularspalt hindurchdringenden Spectrumausschnittes, den wir im Spectralapparat II gemessen hatten. Auf Grund dieser Messung haben wir die obigen Werthe berechnet.

Mit dieser Grösse des Spectrumausschnittes, welche die ursprüngliche Voraussetzung, homogenes Licht von einer bestimmten Wellenlänge zu erhalten, vernichtet und die Brauchbarkeit und Genauigkeit der Methode in Frage zu stellen scheint, steht die eine Thatsache in scheinbarem Widerspruch, dass die Ocularspaltweite genau der Breite der Na-linie entsprach, gleich der Wellenlängendifferenz von 1,5 Milliontel mm, oder gleich einer Prismadrehung von 0,025° und einer Drehung der Polarisationsebene um $\varrho_x = 0{,}107°$ für die 20% Zuckerlösung in 150 mm Schicht. Die Erklärung, in wiefern trotz dieser Feinheit des Ocularspaltes, das Spectralband im Spectralapparat II die 8fache Breite der Controlspectrallinie haben konnte, liegt in dem Verhalten, dass bei nicht völliger Unendlichstellung des Collimators I die Sammelbilder des Loupenobjectives ein in seitlicher Neigung gegen das Diaphragma verlaufendes Licht-

band des Spectrum's bilden, dessen rothes Ende in unserem Falle der Objektivlinse näher lag als der violette Theil, obwohl beide Objektivlinsen achromatische waren; wodurch ausser der eingestellten Spectrallinie sowohl divergirende Strahlen stärkerer, als auch convergirende Strahlen geringerer Brechbarkeit den Ocularspalt passirten. Die Einstellung des Collimator's auf schwache Convergenz war bei der Brennweite der benutzten Cylinderlinse I nicht zu umgehen gewesen. Aber selbst bei Unendlichstellung des Collimator's blieb die Breite des Spectralbandes fast dieselbe, als Folge der Unmöglichkeit, mit achromatischen Linsen ein einziges scharfes Sammelbild sämmtlicher Farben zu erhalten.

Von dem horizontalen Lichtband im Gesichtsfeld wurde bei Einstellung auf Na-gelb etwa der 4. Theil durch den schwarzen Streifen ausgelöscht. Hätten wir statt unseres Spectrumausschnittes genau homogenes Na-licht vor uns, so würde das Lichtband ganz und gar ausgelöscht werden; so dass die grössere Wellenlängendifferenz unserer Randstrahlen geradezu nothwendig erscheint, besonders für die dunkleren Farben, für welche die Breite des schwarzen Streifens immer mehr zunimmt. Für diese konnte noch auf $0{,}08^0$, für Na-gelb dagegen oft bis zu $0{,}01^0$ Genauigkeit eingestellt werden, das ist ein Zehntel der Wirkung einer Wellenlängen-Differenz, wie sie den beiden Na-linien zukommt.

Dieser hohen Genauigkeit der Einstellung stehen jedoch eine Anzahl Fehlerquellen gegenüber, welche im folgenden Abschnitt noch kurz besprochen werden sollen.

II. Fehlerquellen infolge Anwendung der Cylinderlinse II.

Die Richtigkeit unserer Methode war hauptsächlich von zwei Bedingungen abhängig: 1. Uebereinstimmung des Mittels von dem als Lichtquelle benutzten Theilspectrum mit der gewählten Spectrallinie; und 2. die Axe des Lichtbündels muss die Axe der Cylinderlinse II senkrecht durchschneiden. — Dass selbst die geringste seitliche Verschiebung oder aber Ablenkung des Lichtbündels eine sehr merkbare Verschiebung des schwarzen Streifens hervorbringt, liess sich leicht durch eine gemessene Verschiebung der Cylinderlinse II gegen die Apparatenaxe feststellen. Eine solche im Betrag von 2,5 mm nach links oder rechts, so dass

gerade die Randstrahlen des Lichtbündels von ca. 5 mm Breite die Axe passirten, erforderte in den beiden Halbkreisen 0,43° und 0,45°, im Mittel 0,44° Drehung des Nicols I zur Mittelstellung des schwarzen Streifens im Na-gelb. Dieser Correcturbetrag für Nicol I stimmt wiederum genau mit der im vorigen Capitel abgeleiteten Grösse $\varrho - \varrho_{Y'} = 0{,}436°$ überein, und blieb auch für die übrigen Farben nahezu derselbe.

Beobachtet man gleichzeitig auch ohne Cylinderlinse II, so sind die nöthigen Correcturen des Nicols I viel geringer; beispielsweise betrugen dieselben bei 0,6 mm horizontaler Verschiebung des Lichtbündels zur Linsenaxe nur 0,015° im Mittel, gegen 0,11° mit Benutzung der Linse. Diese grössere systematische Sicherheit bei Beobachtung ohne dieselbe führte darauf, die gleichzeitige Beobachtung m i t und o h n e Cylinderlinse II im Na-gelb als Kriterium für die richtige axiale Einstellung des Polarisationsapparates zu verwerthen, was durch Anbringen eines Fadenkreuzes vor derselben noch mehr gesichert werden kann.

Besonders leicht tritt eine seitliche Ablenkung des Lichtbündels ein infolge ungleichen Einsinterns der glühenden Kalkconusfläche, weshalb dieselbe möglichst oft zu erneuern ist.

Die Prüfung des Parallelismus der Schlussflächen der in ein Wasserbad nach Fig. 3 u. 4, Taf. I, eingelötheten Beobachtungsrohre wurde mit Einlegung des Rohres zwischen einen Collimator und ein Fernrohr durch Beobachtung des abgelenkten Spaltbildes bewirkt. Bei derartig eingelötheten Beobachtungsröhren kann beim Erwärmen durch Aenderung der Spannungsverhältnisse der vorhandene Parallelismus wieder gestört werden. Eine solche Störung war jedoch bei den benutzten Beobachtungsrohren bis zu 60° C. hinauf nicht zu bemerken. Die genau axiale Einlagerung in den Polarisationsapparat sowohl bei einfachen Rohren als bei cylindrischen Erwärmungskästen für dieselben wird am sichersten durch centrisch abgedrehte Trägerringe erreicht, wie aus Fig. 3 u. 4, Taf. I mit zu ersehen ist.

Haben wir jetzt alle Fehlergrössen festgestellt, so bleibt uns noch

III. Die Ursache der hohen Empfindlichkeit des Apparates bei Einstellung mit Cylinderlinse II

zu erörtern übrig.

Die Ebene eines gradlinig polarisirten Lichtstrahles wird durch Brechung desselben, beim Durchgang aus einem dünneren Mittel in ein dichteres und umgekehrt, gedreht nach dem Gesetze Fresnels

$$\operatorname{tg}\gamma = \operatorname{tg}\alpha \frac{1}{\cos(i - i_1)}$$

$\gamma - \alpha$ ist dann die Drehung der Polarisationsebene durch die Brechung. Die Winkel i und i_1 finden wir nach den Formeln

$$\sin i_1 = \frac{h}{r} \text{ und } \sin i = n \cdot \sin i_1.$$

Die benutzte Cylinderlinse II war eine planconvexe mit dem Radius r = 42 mm und der Brennweite F = 76 mm für weisses Licht; wonach der Brechungsexponent für weisses Licht

$$n_j = 1 + \frac{r}{F} = 1{,}55263.$$

Für h haben wir 5 mm zu setzen bei 5 mm Breite des Lichtbündels, wenn die eine Partie der Randstrahlen die Linsenaxe senkrecht durchschneidet. Die beiderseitigen Randstrahlen besitzen aber zudem noch verschiedene Wellenlängen, und wir haben es daher bei Berechnung von i_1 mit verschiedenen Brechungsexponenten zu thuen.

Annähernd können wir uns den Brechungsexponenten unseres Glases für die D-linie, auf welche die Axe des Lichtbündels eingestellt sein soll, und für die beiderseitigen Randstrahlen y' und y'' durch einfache Proportionen berechnen, unter Zuhülfenahme der in den Lehrbüchern angeführten Brechungsexponenten für die D- und F-linie eines beliebigen Glases, welches ein nahezu gleiches n_j besitzt wie unsere Cylinderlinse, sowie durch Uebertragung des Verhältnisses der früher berechneten hier einschlägigen Brechungsexponenten unseres Glasprisma's I.

Auf diese Weise, und mit Einsetzung des ungünstigsten Werthes für $\alpha = 45^0$ erhalten wir:

bei h in mm	$n_D = 1{,}55129$	$(i - i_1)$	i_1	$(\gamma - \alpha)$
5,0 mm	$n_{y^1} = 1{,}55160$	3° 48′ 26,4″	6° 50′ 13,7″	0,0633°
5,0 „	$n_{y^2} = 1{,}55098$	3° 48′ 10,9″	—	0,0631°
5,0 „	$n_j = 1{,}55263$	3° 48′ 52,1″	—	0,0635°
2,5 „	$n_j = 1{,}55263$	1° 53′ 25,0″	3° 24′ 44,9″	0,015°

Das erhaltene Maximum von 0,0633° überschreitet zwar die Einstellungsfehler des Polarisationsapparates, ist aber noch viel zu gering für die oben gesuchte Erklärung; und der Einfluss der verschiedenen Brechungsexponenten des Glases für die beiderseitigen Randstrahlen ist geradezu verschwindend. Die hohe Empfindlichkeit bei Benutzung von Cylinderlinse II kann daher nur noch in der starken Convergenz des Lichtbündels beim Durchgang durch Nicol II begründet sein.

Bakhuyzen[1]) und Lippich[2]) haben den Einfluss geneigter Strahlen zur Drehungsaxe des Nicols II einer mathematischen Berechnung unterzogen, jedoch Beide mit Annahme sehr kleiner Neigungswinkel. Bakhuyzen erhält mit Zugrundelegung von Beobachtungen Wild's, bei einem Winkel zwischen Drehungsaxe und austretendem Strahl von 13,0 Minuten, eine Drehung der Polarisationsebene von 0,034°. Wir haben in unserem Falle einen Winkel von 6° 50′ zwischen Drehungsaxe und den stark gebrochenen Randstrahlen, wenn die ungebrochenen Randstrahlen mit der Apparatenaxe zusammenfallen, das ist annähernd der 30fache Betrag des obigen. In proportionalem Verhältniss würden wir also eine Drehung von ca. 1,0° erhalten.

Unsere directe Beobachtung bei Verschiebung der Cylinderlinse II ergab $2 \cdot 0{,}44 = 0{,}88°$ für Na-gelb; und aus der Bestimmung der Breite des Theilspectrum's im Spectralapparat II berechneten wir $(\varrho_{y''} - \varrho_{y'}) = 0{,}871°$ bis 1,003° für Na-gelb bis H-violett.[3]) Eine proportionale Uebertragung der Berechnung Bakhuyzens für sehr kleine Grössen auf einen vielfachen Betrag derselben ist selbstredend nicht ganz richtig, bietet aber doch einen annehmbaren Vergleich; so dass sich aus Letzterem auch hier die Uebereinstimmung von Berechnung und Beobachtung erkennen lässt. Die hohe Empfindlichkeit mit Cylinderlinse II ist also thatsächlich in der durch die Convergenz des Lichtbündels gegebenen verschiedenen Orientirung der Polarisationsebene zur optischen Axe des Analysators begründet.

Rückblick.

Während bei den Polarimetern von Wild und von Lippich, deren Construction wir eingangs berührten, zur Einstellung

[1]) Pogg. Ann. 1872, **145**, 259—78. [2]) Wiener Berichte, 1882, **85**, 268—326.
[3]) Siehe Seite 16.

auf bestimmte Spectrallinien bei dem Einen das Polariskop um das Ende des festen Spectralprismensystems, bei dem Anderen der Collimator mit der Lichtquelle drehbar angeordnet ist, haben wir hier durch Verfolgung des Mittelweges eine unabhängigere Gestaltung der einzelnen Theile von einander erzielt, mit allen Vortheilen einer stabilen Aufstellung, ohne bei der Construction an Raum und Gewicht gebunden zu sein. Die nöthige geringe Beweglichkeit des Polarisationsapparates, um ihn leichter zur Strahlenaxe orientiren zu können, ist leicht durch Auflagerung auf eine drehbare vom Prisma unabhängige Schiene zu erreichen.

Als einen Mangel in der Construction von Polarimetern bezeichnet Lippich das Einschalten von Glasprismen, Linsen etc. innerhalb des Bereiches der beiden Polarisatoren. Auch in dieser Beziehung ist hier nach einem anderen Gesichtspunkt verfahren worden, und zwar nach dem Grundsatz, vor Allem die denkbar grösste Intensität der Helligkeit des Beobachtungsbildes herbeizuführen und hierdurch dem Auge die leichte Einstellung auf minimale Rotationsdifferenzen zu ermöglichen, dagegen die mit der stark convergirenden Beschaffenheit des Lichtbündels verbundene Gefahr wachsender Fehlerquellen durch möglichste Herbeiführung eines unverrückbaren Strahlenweges zu beseitigen.

In wieweit die Beseitigung dieser Fehlerquellen, und zwar mit einem immerhin in primitiver Weise zusammengestellten Apparat, in den nachfolgenden Versuchen bereits gelungen ist, geht aus den gewonnenen Resultaten hervor.

C. Die Versuchs-Resultate mit Rohrzucker-Lösungen.

Der Rohrzucker wurde in bekannter Weise absolut rein und trocken dargestellt. Die ersten 4 Tabellen geben ein Bild der directen Beobachtungsresultate.

Die Prisma I-Stellungen sind dem benutzten Gradbogen entsprechend notirt, dessen ganze und Zehntel-Grade in Wirklichkeit halbe und $^1/_{20}$ Grade bedeuten. Die Na-Columne mit Sternchen * zeigt die Beobachtung ohne Cylinderlinse II.

während alle übrigen Werthe mit Cylinderlinse II erhalten wurden. Für jedes Beobachtungsresultat sind die Anzahl der Beobachtungen und die hierbei aufgetretenen Maximal-Differenzen der beiden äussersten Grenzwerthe von einander, eingetragen Die Anzahl der Beobachtungen richtete sich zumeist nach dem Grade der Sicherheit und der Uebereinstimmung der Einzelablesungen. Der Werth (α) uncorr. bedeutet das specifische Drehungsvermögen (α) in Luft und auf 15° Cels. bezogen; dagegen der Ausdruck (α) corr. dasselbe auf Luftleere und 4° Cels. reducirt.

Es wurde mit den 3 verdünntesten Lösungen 0,1%, 0,2%, 0,5% Zucker begonnen, darnach der Apparat auseinander genommen und neu aufgebaut, um mit nochmaliger Beobachtung der 0,5% Lösung einen Anhalt für die absolute Genauigkeit der ermittelten Werthe zu haben. Die bezüglichen Tabellen 1 und 2 stimmen sehr gut überein.

Tabelle I.

0,5% Zuckerlösung, 799,2 mm Rohrlänge.

1,008 g Zucker; 200,2 cc. = 200,54 g Lösg. 1,0017 sp. G.

b. 15° C. 0,5026% Zucker.

$$(\alpha)\ \text{uncorr.} = \frac{\varrho \cdot 10000}{402{,}4} \qquad (\alpha)\ \text{corr.} = \frac{\varrho \cdot 10000}{401{,}86}$$

Spectrallinien =	Halbkreis	Na*	Na	Hr	Tl	Hbl	Sr	Hv	Rb II
Prisma I-Stellung		13,52	13,52	11,50	15,98	19,45	22,35	27,45	34,50
Nullp. Anz. Beob.	1	7	9	bestimmt.	9	15	8	9	bestimmt.
„ „ „	2	8	8		9	7	9	8	
„ Grösste Diff.	1	0,06	0,05		0,06	0,12	0,04	0,06	
„ „ „	2	0,04	0,04		0,08	0,04	0,10	0,10	
Mit Lösg. Anz. Beob.	1	7	7	nicht	10	5	6	7	nicht
„ „ „ „	2	7	9		7	8	7	8	
„ „ Grösste Diff.	1	0,06	0,05		0,04	0,00	0,06	0,06	
„ „ „ „	2	0,04	0,05		0,02	0,04	0,04	0,08	
Gefund. Drehung	1	2,71	2,70	—	3,36	4,12	4,65	5,28	—
„ „	2	2,70	2,72	—	3,38	4,13	4,64	5,26	—
Mittel von 1 u. 2 = °		2,705	2,71	—	3,37	4,125	4,645	5,27	—
Dispersion		0,998	1,000	—	1,244	1,522	1,714	1,945	—
Spec. Dreh Verm. (α) uncorr. °		67,2	67,3	—	83.7	102,5	115,4	131,0	—

Tabelle II.

0,5 % Zuckerlösung; 799,2 mm Rohrlänge.

(α) uncorr. und (α) corr. wie in Tabelle I.

Spectrallinien =	Halbkreis	Na*	Na	Na	Hr	Tl	Hbl	Sr	Hv	Rb II
Prisma I-Stellung		13,25	13,25	13,25	11,30	15,65	19,10	21,90	26,70	32,20
Nullp. Anz. Beob.	1	4	4	4	4	6	7	6	9	4
„ „ „	2	3	8	4	4	6	6	6	9	3
„ Grösste Diff.	1	0,02	0,02	0,02	0,05	0,04	0,02	0,02	0,06	0,06
„ „ „	2	0,02	0,08	0,02	0,08	0,04	0,02	0,04	0,10	0,04
M. Lösg. Anz. Beob.	1	2	4	6	6	9	6	6	12	9
„ „ „ „	2	3	6	6	9	6	6	6	11	8
„ „ GrössteDiff.	1	0,00	0,04	0,02	0,08	0,06	0,02	0,04	0,09	0,40
„ „ „ „	2	0,00	0,04	0,04	0,07	0,04	0,02	0,01	0,08	0,40
Gefund. Drehung	1	2,72	2,71	2,70	2,13	3,33	4,14	4,65	5,29	5,60
„ „	2	2,70	2,70	2,72	2,10	3,35	4,14	4,64	5,29	5,64
Gefund. Drehung °		2,71	2,705	2,71	2,115	3,34	4,14	4,645	5,29	5,62
Dispersion		1,000	0,998	1,000	0,781	1,232	1,544	1,714	1,952	2,074
Sp. Dreh. Verm. (α) unc.		67,3	67,2	67,3	52,6	83,0	102,9	115,4	131,4	139,7

Mittel aus Tabelle I und II.

Gefund. Drehung °	—	2,708	—	2,115	3,355	4,13	4,645	5,28	5,62
Dispersion	—	1,000	—	0,781	1,239	1,525	1,715	1,950	2,075
Sp. Dreh. Verm. (α) unc.	—	67,30	—	52,56	83,37	102,6	115,4	131,2	139,7

Die Apparatenaufstellung und Justirung zur folgenden Tabelle III ist gegen diejenige zur Tabelle II nochmals verändert worden.

Tabelle III.

20 % Zuckerlösung; 139,40 mm Rohrlänge.

8,677 g Zucker. 40,00 cc = 43,347 g Lösung. 1,0837 sp. G. b. 15° C. 20,018 % Zucker.

$$(\alpha)\ \text{uncorr.} = \frac{\varrho . 10\,000}{3024{,}1} \qquad (\alpha)\ \text{corr.} = \frac{\varrho . 10\,000}{3020{,}10}$$

Spectrallinien	Halbkreis	Na *	Na *	Na	Hr	Tl	Hbl	Sr	Hv	Rb II
Prisma I-Stellung		12,92	12,92	12,92	10,95	15,32	18,75	21,50	26,20	31,20
Nullp. Anz. Beob.	1	3	4	6	7	4	2	6	3	4
„ „ „	2	3	4	4	8	5	2	6	4	3
„ Grösste Diff.°	1	0,02	0,04	0,03	0,10	0,01	0,00	0,02	0,02	0,06
„ „ „	2	0,00	0,02	0,00	0,08	0,02	0,00	0,04	0,04	0,04
M. Lösg. Anz. Beob.	1	21	6	7	8	5	5	4	7	18
„ „ „ „	2	16	5	3	7	4	4	11	7	25
„ „ Gr. Diff.°	1	0,20	0,13	0,03	0,08	0,00	0,04	0,04	0,24	1,30
„ „ „ „	2	0,10	0,04	0,00	0,06	0,04	0,01	0,10	0,14	1,40
Gefund. Drehung°	1	20,14	20,14	20,16	16,01	24,85	30,58	34,45	39,41	42,28
„ „	2	20,16	20,18	20,16	16,04	24,84	30,57	34,43	39,39	42,24
Mittel von I und II°		20,15	20,16	20,16	16,025	24,845	30,575	34,44	39,40	42,26
Dispersion		—	1,000	1,000	0,795	1,232	1,517	1,708	1,954	2,096
(α) uncorr.		—	66,66	—	52,99	82,16	101,1	113,9	130,3	139,7

Tabelle IV.

20 % Zuckerlösung bei 60,0° Cels. 139,52 mm Rohrlänge bei 60° Cels.

8,677 g Zucker. 40,0 cc = 43,347 g bei 15° C. 1,0837 sp. G. bei 15,0° C. 20,018 % Zucker. 27,083 g dieser Lösung bei 15° C. = x cc bei 60° = 25,031 g Wasser bei 60° Cels. 1,0638 sp. G. bei 60° Cels.

$$(\alpha)\ \underset{\text{uncorr.}}{60^\circ\ \text{Cels.}} = \frac{\varrho . 10\,000}{2973{,}9} \qquad (\alpha)\ \underset{\text{corr.}}{60^\circ\ \text{Cels.}} = \frac{\varrho . 10\,000}{2969{,}9}$$

Spectrallinien	Halbkreis	Na	Na	Hr	Tl	Hbl	Sr	Hv	Rb
Prisma I-Stellung		12,92	12,92	10,95	15,32	18,75	21,50	26,20	31,20
Nullp. Anz. Beob.	1	3	5	7	4	3	5	7	
„ „ „	2	3	8	6	6	3	5	6	
„ Grösste Diff.°	1	0,00	0,04	0,08	0,04	0,00	0,04	0,04	—
„ „ „	2	0,00	0,10	0,08	0,02	0,00	0,04	0,02	

Spectrallinien	Halbkreis	Na	Na	Hr	Tl	Hbl	Sr	Hv	Rb
Prisma I-Stellung		12,92	12,92	10,95	15,32	18,75	21,50	26,20	31,20
M. Lösg. Anz. Beob.	1	15	4	7	7	7	10	11	
„ „ „ „	2	15	4	9	4	10	7	13	—
„ „ Grösste Diff.°	1	0,16	0,04	0,04	0,12	0,08	0,24	0,50	
„ „ „ „	2	0,14	0,04	0,12	0,04	0,14	0,12	0,50	
Gefund. Drehung °	1	19,79	19,78	15,70	24,32	29,93	33,88	38,64	—
„ „	2	19,82	19,79	15,72	24,33	30,05	33,87	38,68	
Mittel von 1 u. 2. °		19,805	19,785	15,71	24,325	29,99	33,875	38,66	—
Mittlere Drehung		—	19,795	—	—	—	—	—	—
Dispersion		—	1,000	0,794	1,229	1,515	1,711	1,953	—
(α) uncorr.		—	66,56	52,84	81,79	100,8	113,9	130,0	—

Tabelle V.

Beobachtete Drehung der Polarisations-Ebene durch wässr. Zuckerlösung bei 15° und 60° C.

Prozentgehalt	0,1 %	0,2 %	0,5 %	1 %	2 %	5 %	10 %	20 %	37 %	50 %	20 % bei 60° C.
H-roth	0,44	0,86	2,115	4,325	8,665	3,78	7,70	16,025	—	—	15,715
Na-g.	0,56	1,105	2,708	5,435	10,835	4,76	9,69	20,16	39,67	57,03	19,795
Tl-gr.	0,685	1,365	3.355	6,71	13,34	5,88	11,89	24,845	—	70,25	24,325
H-blau	0,845	1,695	4,13	8,28	16,455	7,20	14,66	30,575	—	86,56	29,99
Sr-bl.	0,975	1,895	4,645	9,34	18,51	8,115	16,52	34,44	—	97,49	33,865
H-viol.	1,155	2,175	5,28	10,645	21,105	9,25	18,91	39,40	—	—	38,66
Rb-v.II	1,24	2,335	5,62	11,505	22,695	9,915	20,295	42,26	—	—	—

Rotations-Dispersion, Na = 1,00 gesetzt.

H-roth	0,786	0,778	0,781	0,796	0,800	0,794	0,795	0,795	—	—	0,794
Na-g.	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
Tl-gr.	1,223	1,235	1,239	1,235	1,231	1,235	1,227	1,232	—	1,232	1,229
H-blau	1,510	1,534	1,525	1,524	1,519	1,513	1,513	1,517	—	1,517	1,515
Sr-bl.	1,741	1,715	1,715	1,719	1,708	1,705	1,705	1,708	—	1,709	1,711
H-viol.	2,064	1,968	1,950	1,959	1,948	1,943	1,952	1,954	—	—	1,953
Rb-v.II	2,214	2,113	2,075	2,117	2,095	2,083	2,094	2,096	—	—	—

Concentrationsverhältnisse der angewandten Zuckerlösungen.

Prozentgehalt	0,1 %	0,2 %	0,5 %	1 %	2 %	5 %	10 %	20 %	37 %	50 %	20 % bei 60° C.
Zucker gelöst g	0,208	0,408	1,008	2,032	4,048	10,210	4,168	8,677	10,700	24,688	8,677
in Volum cc	200,0	200,0	200,2	200,0	200,0	200,0	40,00	40,00	25,00	40,00	40,00
Sp.Gew. b. 15° C.	1,0004	1,0009	1,0017	1,0039	1,0075	1,0196	1,0405	1,0837	1,16392	1,23332	1,0638
% Zucker	0,1040	0,2038	0,5026	1,012	2,009	5,007	10,014	20,018	36,772	50,044	20,018
Rohrlänge	799,20	799,20	799,20	799,20	799,20	139,40	139,40	139,40	139,40	139,40	139,52
$\varrho . 10000$ (α) unc.	83,13	163,02	402,4	811,9	1617,6	711,64	1452,5	3024,1	5966,3	8603,6	2973,9

Tabelle VI.

Beobachtete Drehung der Pol.-Ebene durch alkohol. u. wässr. Zuckerlösung bei 15° C.

Alkoholgehalt % Tr.	90 %	Wasser	80 %	Wasser	85 %	Wasser	80 %	Wasser	Glycerin u. Wass.
Zuckergehalt %	0,5	0,5	1 %	1 %	2 %	2 %	5 %	5 %	5 %
H-roth	2,16	2,115	4,335	4,325	8,58	8,665	3,84	3,78	—
Na-gelb	2,71	2,708	5,46	5,435	10,795	10,835	4,775	4,76	4,75
Tl-grün	3,31	3,355	—	—	13,29	13,34	—	5,88	5,855
H-blau	4,125	4,13	8,29	8,28	16,38	16,455	7,22	7,20	7,155
Sr-blau	4,62	4,645	—	—	18,46	18,51	8,145	8,115	8,07
H-violett	5,28	5,28	10,63	20,645	21,08	21,105	9,29	9,25	9,225

Rotations-Dispersion, Na = 1,000 gesetzt.

H-roth	0,797	0,781	0,794	0,796	0,795	0,800	0,804	0,794	—
Na-gelb	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
Tl-grün	1.221	1,239	—	—	1,231	1,231	—	1,235	1,233
H-blau	1,522	1,525	1,518	1,524	1,518	1,519	1,512	1,513	1,506
Sr-blau	1,705	1,715	—	—	1,710	1,708	1,706	1,705	1,700
H-violett	1,948	1,950	1,947	1,959	1,953	1,948	1,946	1,943	1,942

Concentrationsverhältnisse der angewandten Zuckerlösungen, bei 15° Cels.

Alkoholgehalt % Tr	90 %	Wasser	80 %	Wasser	85 %	Wasser	80 %	Wasser	Glycerin und Wasser
Zuckergehalt	0,5	0,5	1 %	1%	2 %	2 %	5 %	5 %	5 %
Zucker gelöst g	1,008	1,008	2,032	2,032	4,048	4,048	2,042	10,210	2,042
i. Volum cc	200,0	200,2	200,0	200,0	200,0	200,0	40,01	200,0	40,00
Spec. Gew. b 15° C	0,83735	—	0,86925	—	0,8594	—	0,8887	—	1,13415
Gew. % Zucker	0,6020	—	1,169	—	2,355	—	5,743	—	4,501
Rohrlänge	799,2	799,2	799,2	799,2	799,2	799,2	139,40	139,40	139,40

Tabelle VII.

Specifisches Drehungsvermögen des Rohrzuckers bei 15,0° Cels. und 60,0° Cels. auf Luftleere und Wasser von 4° Cels. bezogen.

Zuckerlösung	0,1%	0,2 %	0,5 %	1 %	2 %	5 %	10 %	20 %	37 %	50 %	20 % b. 60°
H-roth	53,0	52,83	52,75	53,34	53,64	53,19	53,08	53,06	—	—	52,91
Na-gelb	67,5	67,87	67,39	67,02	67,07	66,97	66,80	66,75	66,57	66,37	66,65
Tl-grün	82,5	83,84	83,49	82,75	82,58	82,73	81,96	82,26	—	81,59	81,90
H-blau	101,8	104,1	102,8	102,1	101,9	101,3	101,1	101,2	—	100,6	100,9
Sr-blau	117,5	116,4	115,6	115,2	114,6	114,2	113,9	114,0	—	113,3	114,1
H-violett	139,1	133,6	131,4	131,3	130,6	130,2	130,4	130,5	—	—	130,2
Rb-violett II	149,4	143,4	139,9	141,9	140,5	139,5	139,9	139,9	—	—	—

Desgleichen för alkoholische und wässrige Zuckerlösungen.

Alkoholgehalt % Tr.	90 %	Wasser	80%	Wasser	85%	Wasser	80%	Wasser	Glyc. u. Wasser
Zuckergehalt %	0,5	0,5	1	1	2	2	5	5	5
H-roth	53,69	52,75	53,46	53,34	53,11	53,64	54,04	53,19	—
Na-gelb	67,37	67,39	67,33	67,02	66,82	67,07	67,20	66,97	66,83
Tl-grün	82,28	83,49	—	82,75	82,27	82,58	—	82,73	82,38
H-blau	102,5	102,8	102,2	102,1	101,4	101,9	101,6	101,3	100,7
Sr-blau	114,8	115,6	—	115,2	114,3	114,6	114,6	114,2	113,6
H-violett	131,2	131,4	131,1	131,3	130,5	130,6	130,7	130,2	129,9

Die Steigerung des specifischen Drehungsvermögens mit wachsender Verdünnung der Zuckerlösung ist aus Tabelle VII leicht ersichtlich, selbst noch für die Wasserstoffroth-Linie, wenn man bei dieser von den drei verdünntesten Lösungen absieht. Bei der zuerst in Angriff genommenen 0,1 % Zuckerlösung sind ohne Zweifel noch grössere Fehler als bei den übrigen untergelaufen, welche die gefundenen Drehungswinkel für die helleren Farben zu niedrig, für die dunkleren zu hoch erscheinen lassen; aus diesem Grunde, und weil die Beobachtungswerthe an sich schon sehr klein sind, ist die 0,1% Lösung fernerhin nicht mit in Rechnung gezogen worden.

Ob die Rotationsdispersion ebenfalls mit wachsender Verdünnung der Zuckerlösung steigt, kann aus Tab. V nicht mit Sicherheit geschlossen werden. Es lässt sich aber erwarten, dass man durch Benutzung der Curven für die Dispersion, für jede der gewählten Concentrationen, unter Zugrundelegung der Boltzmann'schen Formel $(\alpha) = \frac{A}{\lambda^2} + \frac{B}{\lambda^4}$, wesentlich fehlerfreiere Werthe der specifischen Drehungswinkel erhält, deren Verhältniss zu einander die obige Frage entscheiden lässt, und deren Abweichung von den durch Beobachtung gefundenen Werthen zugleich Auskunft giebt, ob die Abhängigkeit des Drehungswinkels von der Wellenlänge durch obige Formel richtig wieder-

gegeben wird. Die Resultate dieser Rechnung sind in den nächsten 2 Tabellen VIII und IX zusammengestellt.

Die Rechnung ist derart durchgeführt worden, dass die Endresultate auf 4 Dezimalen genau erhalten, und sodann erst auf 2 oder 3 Dezimalen abgerundet wurden. Ausgegangen wurde hierbei von der Tabelle VII, in der die Drehungswinkel über 100^0 nur mit einer Dezimale eingetragen sind, weil die absolute Genauigheit noch unter dieser Grenze sich befindet.

Die in die Rechnung eingeführten Werthe für die Wellenlängen der 7 Spectrallinien sind mit Ausnahme der Rb.-linie dem Werke Landolt's: „Das optische Drehungsvermögen organischer Substanzen" p. 120 entnommen, und sind folgende:

Spectrallinien	Hr.	Na.	Tl.	H.bl.	Sr.bl.	Hv.	Rb.v.II
λ in $^1/_{1\,000\,000}$ mm	656,7	589,3	535,0	486,2	460,7	434,3	420,0

In Tabelle VIII enthalten die je 5 Horizontal-Columnen für jede Concentration:

sub. 1, die mittleren Fehler einer einzelnen Beobachtung und Ablesung;

sub. 2, die mittleren Fehler des Resultates, oder des arithmetischen Mittels der beobachteten Drehungsgrade;

sub. 3, das geschätzte Gewicht der gefundenen specifischen Drehungswinkel (Tabelle VII) zur Berechnung der Constanten A und B;

sub. 4, die Differenzen zwischen den gefundenen und den mittelst A und B berechneten specifischen Drehungswinkeln;

sub. 5, die diesen Differenzen entsprechenden Beobachtungsfehler in abgelesenen Graden.

Die letzte Vertical-Columne enthält die beobachteten Drehungswinkel für Na-gelb aus Tab. V zur leichteren Beurtheilung der sub. 5 berechneten Beobachtungsfehler. Die mittleren Fehlergrössen sub. 1 und 2 wurden nach der Methode der kleinsten Quadrate erhalten.

Tabelle VIII a.

Wässrige Zuckerlösung.

	Zucker-Lösung	H. r.	Na	Tl	Hbl.	Sr.	H. v.	Rb.	Constanten	Beob.-Grade für Na
1		—	± 0,036°	0,034°	0,060°	0,180°	—	—		
2			± 0,009°	0,010°	0,014°	0,033°	—	—	$A = \frac{2{,}146131}{10^5}$	
3	50%	—	8	4	4	2	—	—		57,03°
4		—	− 0,03°	+ 0,08°	− 0,01°	− 0,03°	—	—	$B = \frac{5{,}477538}{10^{13}}$	
5		—	− 0,026°	+ 0,069°	− 0,009°	− 0,026°	—	—		
1		± 0,033	0,010	0,010	0,012	0,029	0,067	0,450		
2		± 0,009	0,002	0,003	0,004	0,008	0,019	0,070	$A = \frac{2{,}157292}{10^5}$	
3	20%	4	8	4	4	4	2	1		20,16°
4		− 0,04°	− 0,01°	− 0,09°	+ 0,02°	0,00	− 0,48°	+ 0,29°	$B = \frac{5{,}567573}{10^{13}}$	
5		− 0,012	− 0,003	− 0,027	+ 0,006	0,00	− 0,145	+ 0,087		

1		± 0,024	0,014	0,016	0,015	0,018	0,057	0,250		
2		± 0,009	0,002	0,004	0,005	0,008	0,012	0,079	$A = \frac{2,156692}{10^5}$	
3	10%	4	8	4	4	4	2	1		9,69°
4		− 0,08°	− 0,08°	+ 0,18°	+ 0,10°	+ 0,07°	− 0,41°	+ 0,25°	$B = \frac{5,566300}{10^{13}}$	
5		− 0,012	− 0,012	+ 0,026	+ 0,014	+ 0,010	− 0,059	+ 0,036		
1		± 0,038	0,018	0,036	0,022	0,019	0,039	0,043		
2		+ 0,010	0,003	0,014	0,007	0,006	0,011	0,015	$A = \frac{2,164247}{10^5}$	
3	5%	4	8	1	4	4	2	1		4,76°
4		− 0,01°	− 0,11°	− 0,43°	+ 0,06°	− 0,07°	− 0,06°	+ 0,79°	$B = \frac{5,476910}{10^{13}}$	
5		− 0,001	− 0,008	− 0,031	+ 0,004	− 0,005	− 0,004	+ 0,056		
1		+ 0,040	0,011	0,011	0,022	0,040	0,062	0,090		
2		± 0,009	0,003	0,005	0,006	0,010	0,014	0,021	$A = \frac{1,177334}{10^5}$	
3	2%	2	8	4	4	4	2	1		10,835°
4		− 0,25°	+ 0,10°	+ 0,07°	− 0,15°	− 0,05°	− 0,01°	+ 0,25°	$B = \frac{5,390189}{10^{13}}$	
5		− 0,040	+ 0,016	+ 0,011	− 0,024	− 0,008	− 0,002	+ 0,040		

Tabelle VIII b.

I. Wässrige Zuckerlösung.

	Zucker-lösung	H. r.	Na	Tl	Hbl.	Sr.	H. v.	Rb.	Constanten	Beob-Grade in Na
1		± 0,030°	0,015°	0,027°	0,021°	0,024°	0,024°	0,050°		
2		± 0,008	0,004	0,006	0,006	0,005	0,007	0,015	$A = \frac{2{,}152\,792}{10^5}$	
3	1 %	4	8	4	4	4	2	1		5,435°
4		— 0,11°	+ 0,08°	— 0,02°	— 0,01°	— 0,09°	+ 0,15°	— 0,06°	$B = \frac{6{,}160\,734}{10^{13}}$	
5		— 0,009	+ 0,016	— 0,002	— 0-001	— 0,007	+ 0,012	— 0,005		
1		± 0,026	0,013	0,021	0,015	0,018	0,033	0,140		
2		± 0,006	0,004	0,005	0,005	0,005	0,007	0,034	$A = \frac{2{,}187\,970}{10^5}$	
3	0,5 %	1	8	4	4	4	2	½		2,708°
4		+ 0,96°	+ 0,20°	— 0,29°	— 0,34°	— 0,23°	+ 0,16°	+ 1,92°	$B = \frac{5{,}534\,924}{10^{13}}$	
5		+ 0,038	+ 0,008	— 0,012	— 0,014	— 0,009	+ 0,006	+ 0,077		

1		± 0,035	0,015	0,040	0,025	0,021	0,023	0,051		
2		± 0,009	0,003	0,008	0,009	0,007	0,006	0,012	$A = \frac{2,169\,520}{10^5}$	
3	0,2%	1	8	4	2	4	2	1		1,105°
4		+ 0,98°	0,00	— 0,10	— 0,68	+ 0,26	— 0,28	+ 0,50	$B = \frac{6,508\,100}{10^{13}}$	
5		+ 0,016	0,00	— 0,002	— 0,011	+ 0,004	— 0,005	+ 0,008		
1		+ 0,020	0,040	0,026	0,084	0,047	0,170	—		
2	20 %	± 0,005	0,006	0,006	0,020	0,012	0,035	—	$A = \frac{2,145\,005}{10^5}$	
3	bei	4	8	4	2	2	1	—		19,795°
4	60° C.	— 0,05°	— 0,05°	+ 0,13	+ 0,24	— 0,14	— 0,14	—	$B = \frac{5,811\,609}{10^{13}}$	
5		— 0,015	— 0,015	+ 0,039	+ 0,071	— 0,042	— 0,042	—		
1										
2	5 % in Glycerin und Wasser 1:1	1 u. 2 wegen zu geringer Anzahl der Beobachtungen weggelassen.							$A = \frac{2,171\,039}{10^5}$	
3		—	8	4	2	2	2	—		4,75°
4		—	0,05°	— 0,25°	+ 0,34°	+ 0,10°	— 0,35°	—	$B = \frac{5,140\,531}{10^{13}}$	
5		—	— 0,004	— 0,018	+ 0,024	+ 0,007	— 0,025	—		

Tabelle VIII c.

Alkoholische Zuckerlössung.

	Zucker-lösung	H. r.	Na	Tl	Hbl.	Sr.	H v.	Rb.	Constanten	Beob.-Grade für Na
1		1 und 2 wegen zu geringer Anzahl von Beobachtungen fortgelassen.								
2									$A = \frac{2{,}182121}{10^5}$	
3	5%	1	8	—	4	4	2	—		4,775
4		— 0,60°	+ 0,02	—	+ 0,13	— 0,004	— 0,13	—	$B = \frac{5{,}291856}{10^{13}}$	
5		— 0,043	+ 0,001	—	+ 0,013	— 0,003	— 0,009	—		
1		± 0,020	0,023	0,022	0,025	0,037	0,042	—		
2		± 0,006	0,004	0,005	0,005	0,008	0,010	—	$A = \frac{2{,}154171}{10^5}$	
3	2%	4	8	4	4	4	2	—		10,795°
4		— 0,06°	— 0,01°	+ 0,03°	+ 0,05°	+ 0,00	— 0,07°	—	$B = \frac{5{,}769776}{10^{13}}$	
5		— 0,010	— 0,002	+ 0,005	+ 0,008	+ 0,00	— 0,011	—		

1		$\pm$ 0,028	0,031	—	0,025	—	0,040	—		
2		$\pm$ 0,006	0,006	—	0,025	—	0,040	—	$A = \frac{2,177086}{10^5}$	
3	1 %	4	8	—	4	—	2	—		5,46°
4		+ 0,04°	+ 0,01°	—	— 0,08°	—	+ 0,007°	—	$B = \frac{5,603097}{10^{13}}$	
5		+ 0,003	+ 0,001	—	— 0,006	—	+ 0,006	—		
1		$\pm$ 0,028	0,016	0,011	0,012	0,017	0,018	—		
2		$\pm$ 0,007	0,003	0,003	0,003	0,004	0,004	—	$A = \frac{2,182224}{10^5}$	
3	0,5 %	2	8	1	4	4	2	—		2,71°
4		— 0,13	+ 0,03	+ 0,67	— 0,35	+ 0,22	— 0,05	—	$B = \frac{5,496225}{10^{13}}$	
5		— 0,005	+ 0,001	+ 0,027	— 0,014	+ 0,009	— 0,002	—		

Aus den sub. 2 u. 5 verzeichneten mittleren Beobachtungsfehlern wird sofort ersichtlich, dass die Genauigkeit der Beobachtungen für die einzelnen Spectrallinien im Na-gelb am höchsten ist und nach beiden Seiten hin abnimmt, etwa entsprechend der Vertheilung der Helligkeit im Spectrum.

Bei der Abschätzung dieses verschiedenen Gewichtes der erhaltenen specifischen Drehungswinkel zur Berechnung der Constanten A und B mittelst der Methode der kleinsten Quadrate, konnten nicht allein die berechneten mittleren Einstellungsfehler maassgebend sein; sondern es wurde mit Rücksicht auf gleichzeitig vorhandene systematische Fehler von dem allgemeinen Werthverhältniss

für Hr Na Tl Hbl. Sr. Hv. Rb.
$= 4 : 8 : 4 : 4 : 4 : 2 : 1$

in solchen Fällen eine Ausnahme gemacht, wo die auffallende Abweichung der gefundenen Drehungswinkel von der mittleren normalen Höhe einem erheblicheren Systemfehler zugeschrieben werden musste.

Die nächsten Tabellen IX und X enthalten die mittelst A und B nach der Formel $\alpha = \frac{A}{\lambda^2} + \frac{B}{\lambda^4}$ berechneten Drehungswinkel, sowie die hieraus abgeleitete Rotationsdispersion.

Tabelle IX.

Specif. Drehungsvermögen des Zuckers bei 15° u. 60° C. berechnet mittelst der Constanten A u. B in Tab. VIII a u. b.

Zucker-lösung.	0,2%	0,5 %	1,0 %	2 %	5 %	10%	20%	37 %	50%	20% bei 60° C.
H-roth .	53,81	53,71	53,23	53,39	53,18	53,00	53,02	—	52,71	52,86
Na-gelb .	67,87	67,59	67,10	67,17	66,86	66,72	66,74	66,57	66,34	66,60
Tl-grün .	83,74	83,20	82,73	82,65	82,30	82,14	82,17	—	81,67	82,04
H-blau .	103,42	102,46	102,09	101,75	101,35	101,20	101,22	—	100,59	101,14
Sr-blau .	116,66	115,37	115,11	114,55	114,13	113,97	114,00	—	113,27	113,96
H-viol. .	133,32	131,56	131,45	130,59	130,14	129,99	130,02	—	129,18	130,06
Rb-viol. II,	143,90	141,82	141,84	140,75	140,29	140,15	140,19	—	139,27	—

Rotations-Dispersion, Na = 1,000 gesetzt:

Zucker-Lösung	0,2 %	0,5 %	1,0 %	2 %	5 %	10 %	20 %	37 %	50 %	20 % bei 60° C.
H-roth . .	0,793	0,7946	0,7933	0,7948	0,7953	0,7944	0,7944	—	0,7945	0,7937
Na-gelb .	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
Tl-grün .	1,234	1,2309	1,2330	1,2305	1,2309	1,2312	1,2312	—	1,2310	1,2318
H-blau . .	1,523	1,5159	1,5215	1,5149	1,5159	1,5167	1,5167	—	1,5163	1,5186
Sr-blau . .	1,719	1,7069	1,7154	1,7055	1,7070	1,7082	1,7082	—	1,7075	1,7112
H-viol. . .	1,964	1,9463	1,9591	1,9442	1,9464	1,9483	1,9483	—	1,9472	1,9528
Rb-viol. II	2,120	2,0982	2,1138	2,0956	2,0983	2,1006	2,1006	—	2,0992	—

Tabelle X.

Specifisches Drehungsvermögen des Zuckers in alkohol. und wässr. Lösung bei 15° C. berechnet mittelst der Constanten aus Tab. VIIIc.

Alkoholgehalt % Tr	90 %	Wasser	80 %	Wasser	85 %	Wasser	80 %	Wasser	Glycerin und Wasser	Wasser
Zuckergehalt	0,5 %	0,5 %	1 %	1 %	2 %	2 %	5 %	5 %	5 %	10 %
H-roth	53,56	53,71	53,50	53,23	53,05	53,39	53,44	53,18	53,11	53,00
Na-gelb	67,40	67,59	67,34	67,10	66,81	67,17	67,22	66,86	66,78	66,72
Tl-grüu	82,95	83,20	82,90	82,73	82,30	82,65	82,70	82,30	82,13	82,14
H-blau	102,15	102,46	102,12	102,09	101,45	101,75	101,78	101,35	101,04	101,20
Sr-blau	115,02	115,37	115,01	115,11	114,30	114,55	114,56	114,13	113,70	113,97
H-viol.	131,15	131,56	131,17	131,45	130,43	130,59	130,57	130,14	129,55	129,99
Rb-viol. II	141,37	141,82	141,42	141,84	140,66	140,75	140,71	140,29	139,60	140,15

Rotations-Dispersion, Na = 1,000 gesetzt.

Alkoholgehalt % Tr	90%	Wasser	80%	Wasser	85%	Wasser	80%	Wasser	Glycerin und Wasser	Wasser
Zuckergehalt	0,5%	0,5%	1%	1%	2%	2%	5%	5%	5%	10%
H-roth	0,7946	0,7946	0,7944	0,7933	0,7940	0,7948	0,7950	0,7953	0,7951	0,7944
Na-gelb	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
Tl-grün	1,231	1,231	1,231	1,233	1,232	1,231	1,230	1,231	1,230	1,231
H-blau	1,516	1,516	1,517	1,522	1,518	1,515	1,514	1,516	1,513	1,517
Sr-blau	1,707	1,707	1,708	1,715	1,711	1,705	1,704	1,707	1,703	1,708
H-viol.	1,946	1,946	1,948	1,959	1,952	1,944	1,942	1,946	1,941	1,948
Rb-viol. II	2,098	2,098	2,100	2,114	2,105	2,096	2,093	2,098	2,090	2,101

D. Schlussfolgerungen aus den Versuchs-Resultaten.

I. Die Rotations-Dispersion des Rohrzuckers.

Tabelle IX zeigt eine solche Uebereinstimmung der Rotations-Dispersion für alle Zuckerlösungen, dass man hiernach behaupten kann, die Dispersion ist für alle Concentrationen eine constante Grösse. Nur die 2 Reihen für 0,2% und 1% Zuckerlösung zeigen eine kleine Abweichung; im Uebrigen ist das durchschnittliche Verhältniss für die 7 gewählten Spectrallinien folgendes:

Spectrallinien: Hr. Na. Tl. Hbl. Sr. Hv. Rb.
Dispersion: 0,7947 — 1,000 — 1,2310 — 1,5161 — 1,7072 — 1,9468 — 2,0987

Die Differenz zwischen den berechneten und den durch Beobachtung gefundenen specifischen Drehungswinkeln (sub. 4, Tab. VIII) überschreitet mit wenigen Ausnahmen nicht den Werth ± 0,4°, und erreicht zumeist kaum ± 0,1°. Der aufmerksamen Beobachtung entgeht indess nicht, dass für die beiden violetten Spectrallinien eine gewisse Einseitigkeit hinsichtlich der Vorzeichen jener Differenzen besteht.

Für Rb-violett ist das Vorzeichen fast nur +, bedeutet also eine durchgehende Erhöhung des Drehungswinkels durch

die Rechnung; so dass die Annahme berechtigt erscheint, das angenommene λ für die benutzte zweite Rb-violett-Linie oder für den entsprechenden Spectrumausschnitt sei ein wenig zu niedrig gegriffen. Mit Hinweglassung der abnormen Differenz für die 0,5 % Zuckerlösung beträgt das durchschnittliche plus $= + 0{,}34^0$. Es entspricht dies einer Erhöhung der Dispersion für Rb. um ca. 0,0050; so dass man nach Abzug dieses Betrages von 2,0987 eine richtigere Dispersion von rund $= 2{,}094$ für Rb-violett erhält. — Für H-violett beträgt das durchschnittliche minus $= - 0{,}13^0$. Dies entspricht einer Erniedrigung der Dispersion um 0,002; und man erhält durch Hinzufügung dieses Werthes eine wahre Dispersion von 1,9488 für H-violett.

Löst man die Gleichung $\alpha = \frac{A}{\lambda^2} + \frac{B}{\gamma^4}$ nach λ auf, so ist

$$\lambda = \frac{\sqrt{2}\,B}{\sqrt{-A + \sqrt{4\,\alpha\,B + A^2}}}$$

Corrigirt man irgend eines der mittelst A und B bei Hv. und Rb. v. erhaltenen (α) um den Betrag von $+ 0{,}13^0$ resp. $- 0{,}34^0$, z. B. für die 20 % Lösung; so wird $(\alpha)_{Hv} = 130{,}15^0$ und $(\alpha)_{Rbv.} = 139{,}85^0$; man erhält dann mit Einführung dieser corrigirten (α) und der zugehörigen A und B in die obige Formel für λ die richtigeren Werthe:

$\lambda_{Hv} = 0{,}0004341$ gegen früher $= 0{,}0004343$
$\lambda_{Rbv.} = 0{,}0004204$ „ „ $= 0{,}0004200$.

Die Berechtigung dieser Correctur von λ wurde einestheils in der Einseitigkeit der Vorzeichen jener sub. 4 Tabelle VIII berechneten Differenzen für jede der beiden Violettlinien erblickt; anderntheils in der Verschiedenartigkeit dieser Vorzeichen zwischen beiden Spectrallinien zu einander. In letzterer Thatsache liegt zugleich der Gegenbeweis, dass vielleicht auch der allmählich nach Rb-violett hin eintretenden vermehrten Schrägstellung des Dunkelstreifens im horizontalen Lichtband eine solche einseitige Verschiebung des Effectes der Rotation zugeschrieben werden könne; denn in diesem Falle müsste das durchschnittliche Vorzeichen für Hv. und Rb. v. dasselbe sein. Die Correcturgrösse der beiden λ bewegt sich ohnedies ganz

innerhalb der Grenzen, zwischen denen die Angaben verschiedener Forscher über die Wellenlängen für die Spectrallinien schwanken.

Wir erhalten sonach für das specifische Drehungsvermögen des Rohrzuckers die Dispersion wie folgt:

Tabelle XI.

Constanten der Rotationsdispersion des Rohrzuckers.

Spectrallinien	Hr. = C	Na = D	Tl	Hbl. = E	Sr. bl	Hv = Hγ	Rb v. H
λ in 1 Milliontel mm	656,7	589,3	535,0	486,2	460,7	434,1	420,4
Dispersion	0,7947	1,000	1,2310	1,5161	1,7072	1,9488	2,094

Mit Ausnahme der beiden 0,2% und 1% Lösungen ist die Genauigkeit dieser Werthe eine solche, dass Differenzen erst in der 4. Dezimale auftreten; sie ist grösser als jene der Drehungswinkel für die verschiedenen Concentrationen unter einander, weil eine absolut gleichmässige axiale Auflagerung des Beobachtungsrohres mit dem benutzten Apparat nicht zu ermöglichen war, während innerhalb einer Versuchsreihe und Concentration das Beobachtungsrohr unberührt liegen blieb.

Es mag hier gestattet sein, in einer besonderen Tabelle das Dispersionsverhältniss der bisher für Zucker durch Arndtsen[1]) und Stefan[2]) mittelst der Broch'schen Methode bestimmten specifischen Drehungwinkel zu veranschaulichen, zumal die Bestimmungen sich bis in's äusserste Ultraroth und Ultraviolett erstrecken.

---

[1]) Annales de Chim. et de Phys. 1858, **54**, 403.

[2]) Sitz.-Bericht d. Wiener Acad. 1865, **51**, II, 486.

Tabelle XII.

Specif. Drehungsvermögen und Dispersion des Rohrzuckers nach A. Arndtsen und J. Stefan.

Gewichts-Procent Zucker in Lösung		Arndtsen			Stefan		
		30 %	40 %	60 %	10 %	20 %	30 %
(α)Na b. 20° C.		66;86	67,33	67,02	66,12	66,75	66,37
Dispersion des spec. Drehungsvermögens bei 20° C., für die folgenden Spectrallinien:	A	—	—	—	—	0,579	—
	a	—	—	—	—	0,652	—
	B	—	—	—	0,720	0,712	0,717
	C	0,797	0,796	0,796	0,793	0,795	0,793
	D	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
	E	1,280	1,271	1,270	1,273	1,270	1,278
	b	1,324	1,321	2,316	1,326	1,313	1,331
	F	1,519	—	1,510	1,531	1,521	1,519
	c	1,887	—	1,888	—	—	—
	G	—	—	—	1,983	1,980	1,997
	H	—	—	—	—	2,365	—

Man erkennt sofort, dass die Broch'sche Methode zu unsicher ist, um das Wachsen des Drehungsvermögens mit der Verdünnung der Zuckerlösung erkennen zu lassen; die Zahlen für die Dispersion differiren zum Theil bereits in der zweiten Dezimale.

R. Nasini[1]) hat in seiner Arbeit über Santonin und dessen Derivate mittelst der Broch'schen Methode für die Spectrumlinien B, D und $\lambda = 438{,}3$ (nahe Hγ) grösste Abweichungen

[1]) Atti della R. Accademia dei Lincei Roma 1882, (3) **13**, 129.

von 0,25° — 0,05° und 0,90° erhalten, und mittlere Beobachtungsfehler aus je 5 Bestimmungen = 0,14° — 0,03° und 0,33°. Dagegen betragen unsere mittleren Gesammtfehler = 0,02° — 0,01° — 0,036°, wie weiterhin genauer zu ersehen ist.

II. Specifisches Drehungsvermögen des Rohrzuckers in alkoholischer Lösung.

Ueber die Frage, ob das specif. Drehungsvermögen in alkoholischer Lösung höher sei als in wässriger Lösung, wie Oudemans[1]) fand, und Landolt[2]) aus einer Arbeit Sickels[3]) folgerte, giebt die Tabelle VII Auskunft. Nach derselben sind Specifisches Drehungsvermögen und Dispersion in alkoholischer und wässriger Zuckerlösung dieselben (siehe auch Tabelle X). In einer späteren im Jahre 1879 von mir[4]) ausgeführten Untersuchung mit 12 wässrigen und 33 mehr oder minder stark alkoholischen und verschieden concentrirten Zuckerlösungen fand ich stets in beiden Fällen und unter ganz gleichen Bedingungen die genau gleiche Polarisation, so dass innerhalb der Fehlergrenzen unserer besten Polarisationsapparate eine Erhöhung des Drehungsvermögens in alkoholischer Lösung nicht nachzuweisen war.

Auch bei Anwendung von Glycerin und Wasser im Verhältniss 1:1, als Lösungsmittel mit hohem Brechungsexponenten wurde fast genau dasselbe Resultat erhalten, wenn auch die gefundenen Werthe infolge der sehr geringen Anzahl von meist nur 2—4 Ablesungen für ein Beobachtungsresultat etwas stärker differiriren als die übrigen.

Aus dem sich gleich bleibenden Drehungs-Vermögen in Wasser, Alkohol und Glycerinwasser geht hervor, dass das specifische Drehungsvermögen einer gelösten activen Substanz in keinem Zusammenhang steht mit dem Brechungsexponenten des inactiven Lösungsmittels.

[1]) Compt. rend. 58, 613; auch Chem. Centr.-Blatt 1864, 378.
[2]) Landolt, das opt. Drehungsvermögen, 1879.
[3]) Zeitschrift des Vereins für Rübenzucker-Industrie, 1877, 787.
[4]) Scheibler's Neue Zeitschrift für Rübenzucker-Industrie, 1879; 130.

III. Specifisches Drehungsvermögen und Rotations-Dispersion des Rohrzuckers bei verschiedenen Temperaturen.

Ueber Ersteres hat Tuchschmid[1]) Untersuchungen ausgeführt mit dem Resultat, dass die Aenderung im Drehungsvermögen einer Zuckerlösung bei Temperaturverschiedenheiten nur von der gleichzeitig eintretenden Aenderung im specifischen Gewicht der Flüssigkeit herrührt, nicht vom Drehnngswinkel (α).

Die hier gefundenen Werthe bei 20% Zuckerlösung und 60° C. (Tab. VII) differiren zwar infolge stattgehabter geringer Temperaturschwankungen von 0,2 — 0,3° C. und dadurch verminderten Schärfe der Einstellung ein wenig mehr, als den Fehlergrössen bei 15° C. entspricht; bestätigen aber durchaus die Beobachtung Tuchschmid's von der Constanz des specifischen Drehungsvermögens der Zuckerlösungen bei verschiedener Temperatur, und zwar für alle Farben des Spectrums. Somit ist auch die Dispersion von der Temperatur unabhängig.

IV. Das wahre specifische Drehungsvermögen des Rohrzuckers für beliebige Concentrationen.

Es bleibt uns noch übrig für eine Farbe, und zwar für Na-gelb, die specifischen Drehungswinkel in möglichst absoluter Richtigkeit zu bestimmen, um dieselben sodann mit Hülfe des Dispersionsgesetzes für jede beliebige andere Farbe oder Wellenlänge berechnen zu können. Hierzu schien es mir das Richtigste zu sein, die Beobachtungsresultate der verschiedenen Forscher, sowie die hier gefundenen in Curven wiederzugeben wodurch am ehesten ein anschauliches Bild aller Bestimmungen erzielt wird. Die durch Beobachtung gefundenen Punkte jeder Curve sind durch ein Kreuz ausgezeichnet. (Siehe Taf. II).

Die eingezeichnete Curve nach Tollens entspricht den Resultaten seiner Abhandlung vom Jahre 1877.[2]) In seiner darauf folgenden Arbeit[3]) ist mit besonderer Rücksicht auf absolute

[1]) Ber. d. deutsch. Chem. Ges. X, 1403 1877.
[2]) Ber. d. deutsch. Chem. Ges. X, 1403, 1877.
[3]) Ebenda XI, 1800, 1878.

Reinheit des Zuckers eine ganze Anzahl von Versuchen nur mit 10 % Lösung mit Benutzung des Wild'schen Polaristrobometers ausgeführt worden, mit dem Durchschnittsresultat von $(\alpha)_{10D} = 66{,}475^0$. In der erstgedachten Arbeit wurde für $(\alpha)_{10D} = 66{,}649^0$ erhalten. Aus diesen 2 Zahlen, und der aus der Schmitz'schen Formel[1]) sich ergebenden Zahl $(\alpha)_{10D} = 66{,}527^0$ berechnet Tollens schliesslich als Hauptmittel ein Drehungsvermögen von

$$(\alpha)^{4^0\ C.}_{10D} = 66{,}550^0$$

Aus der vorliegenden Arbeit und nach der eingezeichneten Curve folgt $(\alpha)_{10D} = 66{,}82^0$. Die Differenz beträgt = $0{,}27^0$.

In seiner letzten bezügl. Arbeit[2]) findet nun Tollens, im Gegensatz zu der früheren, sowie zu den Resultaten von Schmitz, von Hesse[3]), und zu den vorliegenden, nicht mehr ein mit der Verdünnung stetig wachsendes Drehungsvermögen, sondern seine jetzt gefundenen Werthe führen zu einer einzigen Formel für alle Concentrationen, aus welcher der höchste Werth bei einem Gewichtsprocentgehalt von 18,86 P mit $(\alpha)_D = 66{,}528^0$ hervorgeht, während die Curve bei 0 P und bei 37,2 P ergiebt: $(\alpha)_D = 66{,}386^0$; endlich bei 100 P = 63,903 = $(\alpha)_D$.

Diese Curve ist hier nicht mit eingezeichnet worden, um eine Verwirrung der Linien zu vermeiden. Verfasser glaubt aber die Behauptung rechtfertigen zu können, dass die früher gefundenen Werthe sammt Curve der Wirklichkeit näher stehen als die letzten von Tollens; und zwar aus dem Grunde, weil in der letzten Arbeit nicht die ganze Curve mit nur ein- und demselben Polarisationsapparat erhalten worden ist. Denn wenn auch bei den meisten Bestimmungen — Reihe VII, IX, VI, X und XI — ausschliesslich mit dem Landolt'schen Apparat mit eingeschaltetem grossen Laurent'schen Polarisator gearbeitet wurde, so würde doch bei der Grösse der Differenzen zwischen den Einzelresultaten, die bis zn 0,07° Beobachtungswinkel, oder 0,9° für $(\alpha)^{4^0\ C.}_{17{,}5\ D}$ ansteigen, die durchgehende Benutzung nur eines Apparates — wie in der früheren Arbeit —, oder noch besser aller Apparate — wie bei Schmitz —, eine grössere

[1]) Ber. der deutsch. Chem. Ges. X, 1414, 1877.
[2]) Ebenda XVII. 1751.
[3]) Licb. Ann. 176. 97.

Sicherheit geboten haben in Bezug auf die Richtigkeit der abgeleiteten Curve. Verfasser kann durch die letzten Resultate von Tollens die früher erhaltenen, sowie die von Schmitz und von Hesse erhaltenen, um so weniger für entkräftet ansehen, als auch die hier vorliegende Arbeit im vollen Umfang das frühere Ergebniss dieser drei Forscher von dem wachsenden Drehungsvermögen des Rohrzuckers bis zur höchsten Verdünnung hinauf bestätigt; und zwar mit Fehlerwerthen, welche z. B. für die 0,5%-Lösung und 800 mm Beobachtungsrohr nach völligem Auseinandernehmen des Apparates und Wiederzusammensetzen doch nur einen Betrag von 0,015° im Na-gelb für den mittleren Beobachtungswinkel aus beiden Halbkreisen ergaben.

Betrachten wir nun das Bild der verschiedenen Curven, so fällt sofort in's Auge, dass die Curve von Schmitz und die frühere von Tollens sich beinahe decken; während die aus meinen Resultaten construirte Curve in 0,27° Höhe über der Schmitz'schen derselben fast genau parallel läuft. Die kurze Curve von Hesse ist besonders bezüglich der sehr verdünnten Zuckerlösungen von Werth, da auch sie gleich der meinigen zuletzt beinahe senkrecht aufsteigt.

Unter theilweiser Rücksichtnahme auf die Curven von Schmitz und Tollens wurde die genaue Richtung der eingezeichneten Ausgleichscurve bemessen, welche sonach die möglichst richtigen specifischen Drehungswinkel für alle Concentrationen direct ablesen lässt. Die Curve würde ohne Reduction auf den luftleeren Raum, und bezogen auf 15° C um 0,09° durchgehends tiefer liegen. Die durchschnittliche Differenz von 0,27° mit den Curven von Tollens und Schmitz ist jedenfalls nur auf Rechnung der verschiedenen Bestimmungsmethoden zu setzen.

Will man der Curvenhöhe von Schmitz und Tollens den Vorzug geben, sobald man mit den bekannteren Polarisationsapparaten arbeitet, so sind von den in nächster Tabelle enthaltenen Werthen durchschnittlich 0,27° abzuziehen.

Die Ausgleichscurve ist entsprechend dem Parallelismus mit den Curven von Schmitz und Tollens, bis zur Concentration von 70% verlängert worden, und die wahren Werthe von $(\alpha)_D$

für die benutzten Concentrationen und eine Anzahl dazwischen liegender Punkte, sind nun folgende:

Tabelle XIII.

Die wahren specif. Drehungswinkel des Rohrzuckers bei 15° Cels. für 0,2 bis 70% Lösungen, bezogen auf Luftleere und 4° Cels.

Zucker in Lösg. Gew. %	0,20	0,50	1,00	2,00	3,00	5,00	7,50	10,0	15,0	20,0
$(\alpha)D_4^{15}$ = Grade	67,87	67,40	67,22	67,10	67,03	66,93	66 86	66,82	66,78	66,74
Zucker in Lösg. Gew. %	25,0	30,0	35,0	40,0	45,0	50,0	55,0	60,0	65,0	70,0
$(\alpha)D_4^{15}$ = Grade	66,69	66,64	66,59	66,53	66,45	66,34	66,21	66,07	65,92	65,76

Berechnet man für die benutzten Concentrationen und nach den Dispersions-Constanten der Tabelle XI die wahren specifischen Drehungswinkel auch der übrigen 6 Spectrallinien, so erhält man die folgenden Werthe:

Tabelle XIV.

Die wahren specif. Drehungswinkel für die 7 benutzten Spectrallinien bei 15° Cels., bezogen auf Luftleere und 4° Cels.

Concentration	0,2 %	0,5 %	1 %	2 %	5 %	10 %	20 %	37 %	50 %	b.60°C. 20 %
Hr. = C	53,94	53,56	53,42	53,32	53,19	53,12	53,04	52,90	52,72	53,04
Na = D	67,87	67,40	67,22	67,10	66,93	66,82	66,74	66,57	66,34	66,74
Tl. . .	83.55	82,97	82,75	82,60	82,39	82,26	82,16	81,95	81,66	82,16
Hbl. = E	102,90	102,19	101,91	101,73	101,47	101,31	101,08	100,93	100,58	101,18
Sr. . .	115.87	115,07	114,76	114,55	114,26	114,08	113,94	113,65	113,26	113,94
Hv. = Hγ	132,27	131,35	131,00	130,76	130,43	130,22	130,06	129,73	129,28	130,06
Rbv. II	142,12	141,14	140,76	140,51	140,15	139,92	139,75	139,40	138,92	139,75

Diese durch Berechnung und Construction gefundenen wahren specif. Drehungswinkel unterscheiden sich von den durch Beobachtung gefundenen Werthen um soviel, wie die weiterfolgende Tabelle XV angiebt. Sodann zeigt Tabelle XVI die diesen Differenzen entsprechenden Beobachtungsgrade, um welche das factische und directe Beobachtungsresultat anders ausgefallen ist, als es der construirten Curve nach ausfallen musste. Diese Differenzwerthe stellen also die Summe aller eingeschlichenen Fehler dar, der Beobachtungsfehler sowohl, als der systematischen Fehler.

Tabelle XV.

Differenz der wahren specif. Drehungswinkel von den durch Beobachtung gefundenen Werthen (Tabelle VII) in Graden.

Zucker-lösung	0,2 %	0,5 %	1 %	2 %	5 %	10 %	20 %	37 %	50 %	b. 60° C. 20 %
Hr.	−1,11°	−0,81°	−0,08°	+0,32°	—	−0,04°	+0,02°	—	—	−0,13°
Na	0,00	−0,01	−0,20	−0,03	+0,04	−0,02	+0,01	0,00	+0,03	−0,09
Tl	+0,29	+0,52	0,00	−0,02	+0,34	−0,30	+0,10	—	−0,07	−0,26
Hbl.	+1,20	+0,61	+0,19	+0,17	−0,17	−0,21	+0,02	—	+0,02	−0,28
Sr.	+0,53	+0,53	+0,44	+0,05	−0,06	−0,18	+0,06	—	+0,04	+0,16
Hv.	+1,33	+0,05	+0,30	−0,16	−0,23	+0,18	+0,44	—	—	+0,14
Rbv.	+1,28	−1,23	+1,14	−0,01	−0,65	−0,02	+0,15	—	—	—

Tabelle XVI.

Die den Differenzen in Tabelle XV entsprechenden Beobachtungsgrade als Summa der Beobachtungs- und systematischen Fehler.

Zucker-Lösung		0,2 %	0,5 %	1 %	2 %	5 %	10 %	20 %	50 %	im Mittel	bei 60° C. 20 %
Hr.		— 0,018°	— 0,032°	— 0,006°	+ 0,052°	0,000	— 0,006°	+ 0,006°	—	± 0,017°	— 0,039
Na		0,000	0,000	— 0,016	— 0,005	+ 0,003	— 0,003	+ 0,003	+ 0,026	± 0,008	— 0,027
Tl		+ 0,005	+ 0,021	0,000	— 0,003	+ 0,024	— 0,043	+ 0,030	— 0,060	± 0,024	— 0,077
Hbl.		+ 0,020	+ 0,025	+ 0,015	+ 0,027	— 0,012	— 0,030	+ 0,003	+ 0,017	± 0,020	— 0,083
Sr		+ 0,009	+ 0,021	+ 0,036	+ 0,008	— 0,004	— 0,026	+ 0,018	+ 0,034	± 0,017	+ 0,048
Hv.		+ 0,022	+ 0,002	+ 0,024	— 0,026	— 0,016	+ 0,026	+ 0,133	—	± 0,036	+ 0,042
Rb.		+ 0,021	— 0,050	+ 0,092	— 0,002	— 0,046	— 0,003	+ 0,045	—	+ 0,038	—
Beobachtete Grade	Na	1,105	2,708	5,435	10,835	4,76	9,69	20,16	57,03	—	19,795
	Hv.	2,175	5,28	10,645	21,105	9,25	18,91	39,40	(97,49) Sr	—	38,66

Da die Fehlergrössen für alle Farben und Concentrationen in plus und minus sich annähernd die Waage halten, so darf auch die Construction der Ausgleichscurve als eine richtige angesehen werden; das einzige in Tabelle VII bei H-roth für die $2\,^0/_0$ Lösung beobachtete maximum mit Abnahme des Drehungswinkels für die dünneren Zuckerlösungen lässt sich sehr wohl einem grösseren Beobachtungs- oder systematischen Fehler zuschreiben.

Der Durchschnitt aller Fehlergrössen für jede Spectrumlinie ist in der vorletzten Vertical-Columne angegeben, und diese Durchschnittszahlen zeigen, dass die Schätzung vom durchschnittlichen Gewicht der gefundenen Drehungswinkel in Tab. VIII, welches dort gleich 4:8:4:4:4:2:1 angenommen wurde, annähernd richtig war; eine nochmalige Umrechnung mit gleichem Gewicht der Werthe für H.-viol. und Rb.-viol. würde das Resultat nicht ändern. Die beiden untersten Horizontalcolumnen mit den factisch beobachteten Drehungswinkeln für Na-gelb und H.-viol. gestatten durch Vergleich mit den darüber stehenden Fehlergrössen einen Schluss auf den procentischen Antheil der Fehler am Gesammtresultat.

Es bleiben nach diesem Gesammtbild der Arbeit mit dem benutzten Apparat noch zu ermitteln übrig: 1. die Formel zur mathematischen Wiedergabe der construirten Ausgleichscurve; und 2. die Constanten in der Gleichung $\alpha = \frac{A}{\lambda^2} + \frac{B}{\lambda^4}$ für eine bestimmte Concentration, um die Dispersion für jede beliebige Wellenlänge berechnen zu können.

V. Formelwerthe zur Berechnung der specif. Drehungswinkel $(\alpha)_D$ des Rohrzuckers für beliebige Concentrationen.

Die Ausgleichscurve mit den in Tabelle XIII verzeichneten Werthen für $(\alpha)_D$ lässt sich genau mathematisch in 3 Theilen wiedergeben. Bilden die Gewichtsprocente Zucker die Coordinaten x, und die Drehungswinkel $(\alpha)_D$ die Abscissen y, so haben wir für das Curvenstück:

zwischen 40—70% Z. eine Parabel, worin

$$y = a + bx + cx^2$$

$a = 66{,}7493 \quad b = 0{,}006476 \quad c = -0{,}00029524$

zwischen 15—40% Z. eine gerade Linie, worin

$$y = a + bx$$

$a = 66{,}94 \quad b = -0{,}01$

zwischen 0,5—15% Z. eine Hyperbel, worin

$$y = a + \frac{bx}{c + x}$$

$a = 67{,}5575 \quad b = -0{,}87539 \quad c = 1{,}8967$

Die mit Anwendung dieser Formeln und Werthe berechneten Drehungswinkel differiren im Maximimum von denen der Tabelle XIII

für die Parabel um $0{,}00^0$
„ „ gerade Linie um $0{,}01^0$
„ „ Hyperbel zwischen 2—15% Z. um $0{,}009^0$
„ „ „ bei 0,5 u. 1% Z. um $-0{,}026$ resp. $+0{,}035^0$.

VI. Berechnung des Rotations-Dispersionsverhältnisses für beliebige Wellenlängen.

Bei Einführung der Werthe von λ aus Tabelle XI, und von (α) für die 20% Zuckerlösung aus Tabelle XIV in die Gleichung $(\alpha) = \frac{A}{\lambda^2} + \frac{B}{\lambda^4}$, erhalten wir mit Hülfe der Methode der kleinsten Quadrate die folgenden Constanten der Boltzmann'schen Gleichung, gültig für 20% Zuckerlösung:

$$A = \frac{2{,}160357}{10^5} \text{ oder } \log. A = 0{,}3345255 . 5 - 5$$

$$B = \frac{5{,}472762}{10^{13}} \text{ oder } \log. B = 0{,}7382065 . 6 - 13.$$

Die Werthe von A und B und die verschiedenen λ in die Gleichung eingeführt, erhält man berechnete Drehungswinkel $(\alpha)_{20\%}$, welche von den zu Grunde gelegten wahren Drehungswinkeln im maximum um $0{,}007^0$ abweichen, und für Na-gelb $(\alpha)_{20D} = 66{,}747^0$ ergeben.

Soll für irgend eine Wellenlänge λ' und eine Concentration m der Drehungswinkel $(\alpha)_{m\lambda'}$ bestimmt werden, so wird mit Einführung von λ' und der obigen Constanten in die Boltzmann'sche Gleichung vorerst der Drehungswinkel $(\alpha)_{20\lambda'}$, und sodann das Dispersionsverhältniss zwischen $(\alpha)_{20\lambda'}$ und $(\alpha)_{20D}$ berechnet. Hat man ferner durch Einführung von m in die zugehörige Formel für die Abscisse y der Ausgleichungscurve den Drehungswinkel $(\alpha)_{mD}$ erhalten, so findet man unter Anwendung des eben ermittelten Dispersionsverhältnisses zwischen $(\alpha)_D$ und $(\alpha)_{\lambda'}$, das ja für jede Concentration gültig ist, ohne weiteres die gesuchte Grösse $(\alpha)_{m\lambda'}$.

E. Einige Beobachtungs-Resultate mit Rechts-Weinsäure.

Dieselbe wurde rein dargestellt durch viermaliges Umkrystallisiren, wobei von der gelösten Menge jedesmal etwa die Hälfte zur Krystallisation gebracht und wieder verwendet wurde. Wie die optische Prüfung ergab, war die 3. und 4. Krystallisation absolut gleichstark drehend.

Durch Benutzung der ersten abgeschiedenen Krystallmassen soll die Substanz von etwa beigemengter Traubensäure frei erhalten werden. Nach einer anderen Vorschrift wird bei der Reindarstellung gerade die erste Krystallabscheidung fortgelassen, um etwa vorhandenes stärker drehendes Saures-weinsaures Kali fortzuschaffen. Hiernach müsste die 4. Krystallisation eine stärkere Drehung ergeben haben als die dritte, was nicht der Fall war.

Das aus erstvorschriftlich dargestellter Weinsäure ermittelte specif. Drehungsvermögen ist allerdings fast durchgängig etwas höher als bisher gefunden worden, weshalb es nöthig schien, nachträglich noch festzustellen, ob und in welchem Maasse durch die angegebene verschiedene Reindarstellung aus käuflicher Weinsäure eine Verschiedenheit der specifischen Drehungswinkel sich ergeben würde.

Es wurden aus 1 Pfd. käuflicher reiner Weinsäure (I) durch dreimaliges Umkrystallisiren, so dass immer etwa die Hälfte

gelöst blieb, 3 Proben gereinigter Weinsäure (II, III, IV) hergestellt; und ferner aus Mutterlauge von II ebenfalls die Hälfte Weinsäure auskrystallisirt, gepresst und getrocknet (V). Von jeder Probe wurden 18,000 g zu je 50 cc gelöst = 31,1% Weinsäure, und bei 20,0° C im Soleil-Scheibler'schen Apparat polarisirt. Rohrlänge = 200 mm.

	I	II	III	IV	V
Polarisation	21,5°	— 21,3°	— 21,4°	— 21,4°	— 21,3°
Aschengehalt	0,06%	— 0,02%	— Spur	— Spur	— 0,02%

Infolge minimaler Temperaturschwankungen des Wasserbadwassers war es sehr schwer, bis auf 0,1° sicher einzustellen; die angeführten Grade sind das Mittel aus je 8 Beobachtungen. Die 2. und 3. Umkrystallisation mit Spuren von Asche polarisirte, gleichwie bei der zur nachfolgenden Hauptuntersuchung oben dargestellten Weinsäure, ganz gleich, als Beweis der Abwesenheit sowohl von Traubensäure als von saurem weinsaurem Kali.

Eine ferner durch zweimaliges Umkrystallisiren dargestellte Reinprobe mit noch 0,12% Asche zeigte in 31,05% Lösung: nach Soleil-Scheibler b. 20° C. = 21,4°.

b. 15° C. = 20,3° entsprechend für die D-linie = 7,04°

oder $(\alpha)_{31\,D}^{15,0\ C.} = 9,74°$

mit Wild's Polaristrobometer bei 15,4° C. = 7,04°

oder $(\alpha)_{31\,D}^{15,4\ C.} = 9,79°$

mit Polarimeter nach Laurent b. 15,4° C. = 7,10°

oder $(\alpha)_{31\,D}^{15,4\ C.} = 9,89°$

mit dem Dispersionspolarimeter in der nachfolgenden Arbeit wurde gefunden $(\alpha)_{31\,D}^{15,3\ C.} = 9,89°$

Die Einstellung bei Letzterem war viel sicherer als bei den ersten 3 Polarimetern, und wir können nach allem Obigen die nachfolgend benutzte Weinsäure als chemisch rein betrachten

Auf das Einhalten genau constanter Temperaturen in dem Kühl- oder Wärmbad des Beobachtungsrohres während eines jeden Versuches wurde ganz besondere Sorgfalt verwendet.

Bei den hohen Temperaturen von 60 und 75° Cels. zeigten die beiden Thermometer am Ein- und Ausfluss des Wärmwassers constant eine Differenz von 0,3 bis 0,4° C., das mittlere Thermometer in der activen Flüssigkeit dagegen genau die mittlere Temperatur.

Wie Tabelle I (siehe weiter hinten) zeigt, tritt schon zwischen 14,8 und 15,3° C., also bei 0,5° Temperaturdifferenz, eine Verschiedenheit der specifischen Drehungswinkel für 31%-Lösung im Na-gelb auf um 0,11°; und nach Tabelle IV beträgt bei einer 50%-Lösung der Unterschied der Drehung zwischen 20 und 25° C. bereits 7,25 — 6,57 = 0,68° für $(\alpha)_D$.

Arndtsen[1]) hat bei seiner Bestimmung der Rotationsdispersion der Weinsäure Temperatur-Schwankungen von 22,7 bis 25,0° C. gehabt, welche für die Einzelablesungen Differenzen bis zu 0,34° im Na-gelb auf das gefundene $(\alpha)_{50D} = 8{,}165°$ hervorrufen mussten.

Bei den Versuchen Landolt's[2]) „über Gesetzmässigkeiten bezüglich des molecularen Drehungsvermögens der Weinsäure und ihrer Salze" schwankte die Temperatur zwischen 19 u. 22°; die hierbei thatsächlich erhaltene hohe Genauigkeit der Resultate wurde durch die grosse Anzahl der Beobachtungen erreicht.

Krecke[3]) hat bei seiner Arbeit über den Einfluss der Temperatur auf das Drehungsvermögen der Weinsäure ebenfalls nur auf ganze Temperaturgrade genau beobachtet. Berechnet man nach seinen Constanten der Gleichung $(\varrho) = A + Be$, worin e die Wassermenge in 1 Theil Weinsäurelösung bedeutet, das specifische Drehungsvermögen (ϱ), so erhält man für die niederen Temparaturen bei e = 0,5 folgende Werthe:

[1]) Ann. de Chim. et de Phys. 1858 (3) **54**, 403.

[2]) Ber. d. deutsch. Chem. Ges. 1873, p. 1073.

[3]) Arch. neerland. Harlem 1872, **7**, 97—116; — Fortschr. d. Phys. Ber. d. Berl. phys. Ges. 1873, p. 481.

t	A	B	(ϱ)	$(\varrho)t-t'$
0^0	— 3,300	+ 14,720	+ $4,060^0$	—
5^0	— 0,069	+ 11,200	5,531	+ 1,471
10^0	+ 0,609	+ 11,473	6,345	+ 0,814
15^0	+ 0,935	+ 12,440	7,155	+ 0,810
20^0	+ 0,445	+ 13,107	6,998	— 0,157
25^0	+ 1,409	+ 12,927	7,872	+ 0,874
30^0	+ 0,991	+ 14,373	8,177	+ 0,305
35^0	+ 2,170	+ 13,747	9,043	+ 0,866
40^0	+ 1,726	+ 15,503	9,477	+ 0,434

Die Zunahme von (ϱ) wird hiernach, und jedenfalls infolge von Temperaturschwankungen, ganz unregelmässig, so dass bei Steigerung von 15^0 auf 20^0 Cels. sogar eine Abnahme erfolgt, während wir oben eine Zunahme um $0{,}68^0$ constatirten.

Die folgende Untersuchung musste sich leider, infolge Ermattung der Augen von der vorhergegangenen Ausmittelung der benutzten neuen Methode, auf wenige Lösungen beschränken. Da, wo höhere Temperaturen angewandt wurden, bewährte sich zum Einhalten bestimmter constanter Temperaturen bis auf Zehntel-Grade die Methode der continuirlichen Circulation eines in einem tiefer stehenden Kessel erwärmten Wasserkreisstromes ganz vorzüglich.

Die nächsten 4 Tabellen zeigen in der früheren Weise die Beobachtungseinzelheiten. Die grössten Differenzen in der Zahl der Beobachtungen für ein Beobachtungsresultat waren hier meist erheblicher, als früher bei den Zuckerlösungen; besonders infolge der grossen Empfindlichkeit gegen die geringsten Temperaturschwankungen und hierdurch verminderter Klarheit des Einstellungsbildes. Das Gesammtresultat ist in den auf Taf. III eingezeichneten Curven veranschaulicht, für welche auf der Abscissenaxe die Werthe von $\frac{1}{\lambda^2}$ für die benutzten Spectrumlinien aufgetragen sind, und als Ordinaten die specifischen Drehungswinkel.

Tabelle I.

$31^0/_0$-Weinsäure-Lösung bei $15{,}0^0$ C. und $75{,}0^0$ C.
139,4 mm Rohrlänge.

III. Krystallisation 14,400 g. 40 cc. = 46,300 g Lösung.
Spec. Gew. = 1,15750 bei 15^0 C.

IV. Krystallisation 9,000 g. 25 cc. = 28,939 g Lösung.
Spec. Gew. = 1,15756 bei 15^0 C.

Kryst. III Lösg. = $31{,}102^0/_0$ Säure. Kryst. IV Lösg. = $31{,}100^0/_0$ S.

$$(\alpha)\,\frac{15}{31}\,\text{corr.} = \frac{\varrho.10000}{5011{,}9} \qquad (\alpha)\,\frac{75}{31}\,\text{corr.} = \frac{\varrho.10000}{4864{,}6}.$$

Spec. Gew. bei 75^0 = 1,1204.

Krystallisation		III		IV		IV	
Temperatur ° Cels.		15,3	14,8	15,0	15,0	75,0	74,5
Spectrallinien	Halbkreis	Na	Na	Na	Na	Na	H-blau
Prisma I-Stellung . . .		12,95°	12,95	12,95	12,95	12,95	18,70
Nullp. Anz. Beob.	1	2	2	2	2	2	2
„ „ „	2	4	2	3	4	2	2
„ Grösste Diff.	1	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
„ „ „	2	0,02	0,00	0,00	0,02	0,00	0,00
Mit Lösung Anz. Beob.	1	3	3	4	7	2	2
„ „ „ „	2	5	3	3	6	3	2
„ „ Grösste Diff.	1	0,00	0.00	0,04	0,04	0,00	0,00
„ „ „ „	2	0,03	0,04	0,00	0,10	0.02	0,00
Gefundene Drehung	1	4,96	4,90	4,94	4,92	7,48	9,50
„ „	2	4,95	4,90	4,92	4,94	7,48	9,50
Mittel von 1 und 2		4,955	4,90	4,93	4,93	7,48	9,50
(α)corr. bei 4° Cels.		9,886	6,777	9,837	9,837	15,38	19,53

Tabelle II.

Concentrations-Verhältnisse der Weinsäure-Lösungen.

Weinsre.-Lösung	Temp. °C.	Weinsre. gelöst g	i. Volum cc. b. 15°C.	Spec. Gew. d. Lösg.	Gewichts % Weinsäure	$\varrho . 10000 / (\alpha)_{corr.}$
31 %	15,0	9,000	25,00	1,15756	31,100	5011,9
	75,0	9,000	25,00	1,1204	31,100	4864,6
50 %	15,0	26,000	40,00	1,2766	50,915	9048,5
	20,0	26,000	40,00	1,2736	50,915	9019,7
	60,0	26,000	40,00	1,2426	50,9155	8815,5

Tabelle III.

Beobachtete Drehungsgrade der Pol.-Ebene durch Weinsäure-Lösungen.

Rohrlänge = 139,4 mm bei Temperatur = 15° Cels.

Weinsre.-Lösung	Temp. ° C.	Hr.	Na	Tl	Hbl.	Sr	Hv.	Rbv. II.
31 %	15,0	3,31	4,93	5,34	5,41	5,04	4,30	3,59
50 %	15,0	5,393	5,993	5,993	5,06	2,815	1,52	—
50 %	20,0	—	6,54	—	—	—	—	—
50 %	60,0	—	10,14	11,42	12,46	12,415	10,975	—
31 %	75,5	—	7,48	—	—	—	—	—
31 %	74,5	—	—	—	9,50	—	—	—

Aus dem Verlauf der Curven (Taf. III) ersieht man sofort, wie mit wachsender Concentration von 31 % zu 51 % sich das specifische Drehungsvermögen verringert, am wenigsten in den rothen Strahlen. Dass diese Abnahme nicht eigentlich eine Function der Concentration als vielmehr des Wassergehaltes der Lösung ist, hat Arndtsen durch Vergleich mit alkoholischen Lösungen nachgewiesen. Dagegen wächst das Drehungsvermögen mit Erhöhung der Temperatur ganz ausserordentlich, und zumeist nach dem violetten Theil des Spectrums hin, sowie um so stärker, je concentrirter die Lösung, oder je niedriger das specifische Drehungsvermögen für eine Spectralfarbe ist.

Dieses Wachsthum ist noch leichter erkennbar durch die Curve, welche das Verhältniss der Drehungswinkel von $(\alpha)\frac{15^0}{50\,\%} : (\alpha)\frac{60^0}{50\,\%}$ darstellt. Die bezüglichen Verhältnisszahlen, sowie diejenigen zwischen $(\alpha)\frac{15^0}{31\,\%} : (\alpha)\frac{75^0}{31\,\%}$ sind der Tab. IV angefügt.

Tabelle IV.

Specifisches Drehungsvermögen der Rechts-Weinsäure, auf Luftleere und Wasser von 4° C. bezogen.

Weins.-Lösung	Temperatur ° C.	Hr.	Na	Tl	Hbl.	Sr	Hv.	Rb.
31 %	15,0	6,60°	9,837°	10,65°	10,79°	10,06°	8,58°	7,16°
50 %	15,0	5,96°	6,57	6,62	5,59	3,111	1,679	—
50 %	20,0	—	7,25	—	—	—	—	—
50 %	60,0	—	11,50	12,95	14,13	14,08	12,44	—
31 %	75 und 74,5*	—	15,38	—	19,53*	—	—	—
31 %	$(\alpha)_{15^0} : (\alpha)_{75^0} = 1 :$	—	1,56	—	1,81	—	—	—
50 %	$(\alpha)_{15^0} : (\alpha)_{60^0} = 1 :$	—	1,753	1,959	2,532	4,527	7,405	—

Nach Krecke's Constanten für die Gleichung $(\varrho)Na = A + Be$ und für $e = 0{,}689$ und $0{,}491$ bei 15^0, 20^0, 60^0 und 75^0 C. erhält man im Vergleich mit den hier gefundenen specif. Drehungswinkeln folgende Uebersicht:

% Weinsäure	31,1	31,1	50,9	50,9	50,9
oder = e	0,689	0,689	0,491	0,491	0,491
Temperatur ° C.	15,0	75,0	15,0	20,0	60,0
(ϱ) Na nach Krecke	9,51°	15,75°	7,04°	6,88°	10,57°
(α)Na hier gefunden	9,837°	15,38°	6,57°	7,25°	11,50°

Die Zahlen der untersten Reihe dürften als richtiger anzusehen sein, hauptsächlich infolge der erhöhten Berücksichtigung constanter Temperaturen während der Zeit der Beobachtung Die benutzten Thermometer sind zuvor mit einem mittelst Luft-Thermometer geprüften Normal-Thermometer verglichen worden.

Zum Schluss gestatte ich mir, den Herren Geheimrath Prof. Dr. G. Wiedemann und Prof. Dr. E. Wiedemann den innigsten Dank für die gütigst gewährte Unterstützung auszusprechen.

Anhang.

Entwickelung der Formeln VII bis XIV.

I.

Gegeben ist: g = brechender Winkel des Prisma's.

$\angle 2x$ = Drehungsbogen bis zur zweimaligen, d. i. diesseitigen und jenseitigen Einstellung bestimmter Spectrallinien vom Minimum der Ablenkung aus.

n = Brechungsexponent des Prisma's für die zum Drehungsbogen 2x zugehörigen Spectrallinien.

Gesucht wird:

d = constante Ablenkung des Strahlenbündels.

i_0 = Ein- und Ausfallswinkel in der Minimumstellung des Prisma's.

n_0 = Brechungsexponent für diese Prismastellung.[1])

[1]) Wie bereits in der Abhandlung vermerkt, wurde n_0 nicht nur aus einem Drehungsbogen 2x, sondern aus den beobachteten 2x für sämmtliche gewählten 7 Spectrallinien heraus berechnet und aus den erhaltenen etwas verschiedenen Werthen für n_0 das Mittel genommen. Diese 7 beobachteten, sowie die späterhin berechneten Drehungsbögen 2x sind folgende:

Spectrallinien	H-roth	Na-gelb	Tl-grün	H-grün	Sr-blau	H-viol.	Rb.-viol.	x viol. in Min.
Beobachtete 2x	25° 39′ —″	23° 43′ 30″	21° 43′ 30″	18° 36′ —″	16° —′ —″	12° 36′ —″	9° 15′ —″	—
Berechnete 2x	25° 44′ 38,9″	23°53′23,7″	21° 41′ 4,7″	18°34′21,8″	16° 4′ 35,8″	12°21′17,0″	9° 15′ 35,4″	—
Berechnete n_0	1,646 036	1,645 872	1,646 395	1,646 354	1,646 169	1,646 026	1,646 290	1,646 300

Die spätere bei den Versuchen mit Zuckerlösung gehabte Aufstellung des Apparates war eine vollkommnere, als es hier bei Ermittelung der Drehungsbögen 2x der Fall sein konnte.

Es seien i_2 und i_1 die Ein- und Ausfallswinkel für eine Spectrallinie diesseits und jenseits vom Minimum der Ablenkung,

α_2 und α_1 die zugehörigen Brechungswinkel,

so hat man:

$$\text{I. } d = 2i_0 - g \qquad \text{II. } \sin i_0 = n_0 \cdot \sin\frac{g}{2}$$

$$\text{III. } i_2 - i_1 = 2x \qquad \text{IV. } i_2 + i_1 = 2i_0$$

$$\text{V. } i_0 = \frac{g+d}{2} \qquad \text{VI. } \alpha_0 = \frac{g}{2} \text{ und } g = \alpha_1 + \alpha_2$$

$$\begin{cases} \sin i_1 = n \cdot \sin \alpha_1 \\ \sin i_2 = n \cdot \sin \alpha_2 = n \cdot \sin (g - \alpha_1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sin i_2 + \sin i_1 = n \cdot \sin (g - \alpha_1) + n \cdot \sin \alpha_1 \\ \sin i_2 - \sin i_1 = n \cdot \sin (g - \alpha_1) - n \cdot \sin \alpha_1 \end{cases}$$

Die Summe zweier sinus durch die sin. und cos. der halben Winkel ersetzt, und $^1/_2 (i_2 + i_1) = i_0$ $^1/_2 (i_2 - i_1) = x$, erhält man

$$\begin{cases} \sin i_0 \cdot \cos x = n \left[\sin {}^1/_2 g \cdot \cos {}^1/_2 (g - 2\alpha_1)\right] \\ \sin x \cdot \cos i_0 = n \left[\cos {}^1/_2 g \cdot \sin {}^1/_2 (g - 2\alpha_1)\right] \end{cases}$$

Die erste Gleichung mit $\cos {}^1/_2 g$, die zweite mit $\sin {}^1/_2 g$ multiplicirt, quadrirt und addirt, ergiebt

$$\sin^2 i_0 \cdot \cos^2 x \cdot \cos^{2 1}/_2 g + \cos^2 i_0 - \sin^2 x - \sin^{2 1}/_2 g = n^2 \cdot \sin^{2 1}/_2 g \cdot \cos^{2 1}/_2 g$$

Jedes Glied mit 2 multiplicirt, auf der linken Seite der Gleichung die sin. und cos. der einfachen Winkel durch die cos. der doppelten Winkel ersetzt, die rechte Seite nach der Formel $4 \cdot \sin^{2 1}/_2 \alpha \cdot \cos^{2 1}/_2 \alpha = \sin^2 \alpha$ vereinfacht, erhalten wir:

$$(1 - \cos 2i_0)(1 + \cos 2x)(1 + \cos g) + (1 + \cos 2i_0)(1 - \cos 2x)(1 - \cos g) = 2n^2 \cdot \sin^2 g.$$

Die Gleichung ausmultiplicirt und umformirt giebt

$$\cos 2i_0 = \frac{1 + \cos 2x \cdot \cos g - n^2 \cdot \sin^2 g}{\cos 2x + \cos g}$$

Setzen wir für 1 den Werth $= \sin^2 g \cdot \cos^2 g$, so ist

$$\cos 2i_0 = \frac{\sin^2 g (1 - n^2) + \cos g (\cos 2x + \cos g)}{\cos 2x + \cos g}$$

Ferner $(1 - n^2) = -(n^2 - 1)$ gesetzt, und im Nenner die halben Winkel eingeführt, giebt

VII. $$\cos 2i_0 = \cos g - \frac{\sin^2 g\,(n-1)(n+1)}{2\cos {}^1\!/_2\,(g+2x)\cos {}^1\!/_2\,(g-2x)}$$

VIII. $$n_0 = \frac{\sin i_0}{\sin \frac{g}{2}}$$

II.

Gegeben ist: g = brechender Winkel des Prisma's.
d = constante Ablenkung des Strahlenbündels.
n = Brechungsexponent des Prisma's für bestimmte Spectrallinien.

Gesucht wird i_2 u. i_1 = Einfalls- und Ausfallswinkel in den Stellungen des Prisma's für die gewählten Spectrallinien.

IX. $$\begin{cases} i_2 + i_1 = d + g \\ i_2 - i_1 = 2x \end{cases}$$ X. $$\begin{cases} i_2 = {}^1\!/_2\,(d+g+2x) \\ i_1 = {}^1\!/_2\,(d+g-2x) \end{cases}$$

Da uns d und g bekannt ist, so haben wir 2x auszudrücken durch d, g und n.

$$\begin{cases} \sin i_2 + \sin i_1 = n \cdot \sin(g - \alpha_1) + n \cdot \sin \alpha_1 \\ \sin i_2 - \sin i_1 = n \cdot \sin(g - \alpha_1) - n \cdot \sin \alpha_1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2\sin {}^1\!/_2\,(i_2+i_1)\cdot\cos {}^1\!/_2\,(i_2-i_1) = 2n \cdot \sin {}^1\!/_2 g \cdot \cos {}^1\!/_2\,(g-2\alpha_1) \\ 2\sin {}^1\!/_2\,(i_2-i_1)\cdot\cos {}^1\!/_2\,(i_2+i_1) = 2n \cdot \cos {}^1\!/_2 g \cdot \sin {}^1\!/_2\,(g-2\alpha_1) \end{cases}$$

Der Winkel $^1\!/_2\,(g - 2\alpha_1)$ lässt sich eliminiren, wenn man die Gleichungen mit sin $^1\!/_2 g$ resp. cos $^1\!/_2$ g dividirt, sodann quadrirt und beide addirt:

$$\frac{\sin^2 {}^1\!/_2\,(d+g)\cos^2 {}^1\!/_2\,(i_2-i_1)}{\sin^2 {}^1\!/_2 g} + \frac{\cos^2 {}^1\!/_2\,(d+g)\sin^2 {}^1\!/_2\,(i_2-i_1)}{\cos^2 {}^1\!/_2 g} = n^2$$

Ersetzen wir die sin. und cos. der einfachen Winkel durch die cos. der doppelten Winkel von $(i_2 - i_1)$, so wird:

$$\frac{\sin^2 {}^1\!/_2\,(d+g)\,[1+\cos(i_2-i_1)]}{\sin^2 {}^1\!/_2 g} + \frac{\cos^2 {}^1\!/2\,(d+g)\,[1-\cos(i_2-i_1)]}{\cos^2 {}^1\!/_2 g} = 2n^2$$

Die Gleichung ausmultiplicirt

$$\frac{\sin^2 {}^1/_2 (d + g)}{\sin^2 {}^1/_2 g} + \frac{\cos^2 {}^1/_2 (d + g)}{\cos^2 {}^1/_2 g} + \cos (i_2 - i_1)$$
$$\left[\frac{\sin^2 {}^1/_2 (d + g)}{\sin^2 {}^1/_2 g} - \frac{\cos^2 {}^1/_2 (d + g)}{\cos^2 {}^1/_2 g}\right] = 2n^2$$

Die Gleichung mit $2^2 . \sin^2 {}^1/_2 g . \cos^2 {}^1/_2 g$ multiplicirt:

$[2 . \sin {}^1/_2 (d + g) \cos {}^1/_2 g]^2 + [2 \cos {}^1/_2 (d + g) \sin {}^1/_2 g]^2$
$+ \cos (i_2 - i_1) [(2 . \sin {}^1/_2 (d + g) \cos {}^1/_2 g)^2 - (2 . \cos {}^1/_2$
$(d + g) \sin {}^1/_2 g)^2] = 2n^2 [2 . \sin {}^1/_2 g . \cos {}^1/_2 g]^2 = 2n^2 . \sin^2 g.$

Nach den Formeln:

$2 . \sin {}^1/_2 (\alpha + \beta) \cos {}^1/_2 (\alpha - \beta) = \sin \alpha + \sin \beta$
und $2 . \cos {}^1/_2 (\alpha + \beta) \sin {}^1/_2 (\alpha - \beta) = \sin \alpha - \sin \beta$
haben wir in unserem Falle $\alpha = {}^1/_2 (2 g + d)$ und $\beta = {}^1/_2 d$;
somit

$[\sin {}^1/_2 (2 g + d) + \sin {}^1/_2 d]^2 + [\sin {}^1/_2 (2 g + d) - \sin {}^1/_2 d]^2$
$+ \cos (i_2 - i_1) [(\sin {}^1/_2 (2 g + d) + \sin {}^1/_2 d)^2 - (\sin {}^1/_2$
$(2 g + d) - \sin {}^1/_2 d)^2] = 2 n^2 . \sin^2 g.$

Die Gleichung ausquadrirt, ergiebt:

$$2 \sin^2 {}^1/_2 (2 g + d) + 2 \sin^2 {}^1/_2 d + \cos (i_2 - i_1)$$
$$[4 \sin {}^1/_2 (2 g + d) \sin {}^1/_2 d] = 2n^2 \sin 2g.$$

oder $1 - \cos (2g + d) + 1 - \cos d + 4 \sin {}^1/_2 (2 g + d)$
$\sin {}^1/_2 d . \cos (i_2 - i_1) = 2 n^2 \sin^2 g.$

Nach der Formel $\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos {}^1/_2 (\alpha + \beta) \cos {}^1/_2$
$(\alpha - \beta)$ würde in unserem Fall $\alpha = 2 g + d$ und $\beta = d$;
also

$2 - 2 \cos (g + d) \cos g + 4 \sin {}^1/_2 (2 g + d) \sin {}^1/_2 d . \cos$
$(i_2 - i_1) = 2 n \sin^2 g,$

woraus wir schliesslich erhalten:

XI. $$\cos 2x = \cos (i_2 - i_1) = \frac{n^2 . \sin^2 g + \cos (g + d) \cos g - 1}{2 \sin {}^1/_2 (2 g + d) \sin {}^1/_2 d}$$

III.

Gegeben ist g = brechender Winkel des Prisma's.
d = constante Ablenkung des Strahlenbündels.
i_2 = Einfallswinkel für eine bestimmte Spectrallinie.

Gesucht wird n = Brechungsexponent für diese Spectrallinie.

$$\text{XII.} \quad i_1 = g + d - i_2$$

$$\text{XIV.} \quad n = \frac{\sin i_2}{\sin \alpha}$$

Zur Berechnung von n haben wir sonach eine Gleichung für den Brechungswinkel α zu suchen, ausgedrückt durch i_2, d und g.

$$\begin{cases} \sin i_2 = n \cdot \sin \alpha \\ \sin i_1 = n \cdot \sin (g - \alpha) \end{cases}$$

$$\frac{\sin i_2}{\sin i_1} = \frac{\sin \alpha}{\sin (g - \alpha)}$$

Diese Gleichung können wir auch schreiben:

$$\frac{\sin i_2 + \sin i_1}{\sin i_2 - \sin i_1} = \frac{\sin \alpha + \sin (g - \alpha)}{\sin \alpha - \sin (g - \alpha)}$$

$$\frac{2 \sin {}^1/_2 (i_2 + i_1) \cdot \cos {}^1/_2 (i_2 - i_1)}{2 \cos {}^1/_2 (i_2 + i_1) \cdot \sin {}^1/_2 (i_2 - i_1)} = \frac{2 \sin {}^1/_2 g \cdot \cos (\alpha - {}^1/_2 g)}{2 \cos {}^1/_2 g \cdot \sin (\alpha - {}^1/_2 g)}$$

$$\operatorname{tg} {}^1/_2 (i_2 + i_1) \cdot \operatorname{ctg} {}^1/_2 (i_2 - i_1) = \operatorname{tg} {}^1/_2 g \cdot \operatorname{ctg} (\alpha - {}^1/_2 g)$$

mit $\operatorname{ctg} {}^1/_2 g$ multiplicirt, giebt $\operatorname{tg} {}^1/_2 g \cdot \operatorname{ctg} {}^1/_2 g = 1$

daher $\operatorname{ctg} {}^1/_2 g \cdot \operatorname{tg} {}^1/_2 (i_2 + i_1) \operatorname{ctg} {}^1/_2 (i_2 - i_1) = \operatorname{ctg} (\alpha - {}^1/_2 g)$

mit $\operatorname{tg} {}^1/_2 g \cdot \operatorname{ctg} {}^1/_2 (i_2 + i_1) \operatorname{tg} {}^1/_2 (i_2 - i_1) \operatorname{tg} (\alpha - {}^1/_2 g)$ multiplicirt, giebt:

$$\text{XIII.} \quad \operatorname{tg} (\alpha - {}^1/_2 g) = \operatorname{tg} {}^1/_2 g \cdot \operatorname{ctg} {}^1/_2 (i_2 + i_1) \operatorname{tg} {}^1/_2 (i_2 - i_1)$$

$$\alpha - {}^1/_2 g = Z.$$

$$\alpha = Z. + {}^1/_2 g.$$

Druck von Gressner & Schramm in Leipzig.

Fig. 1. 1/12 nat. Gröfse.

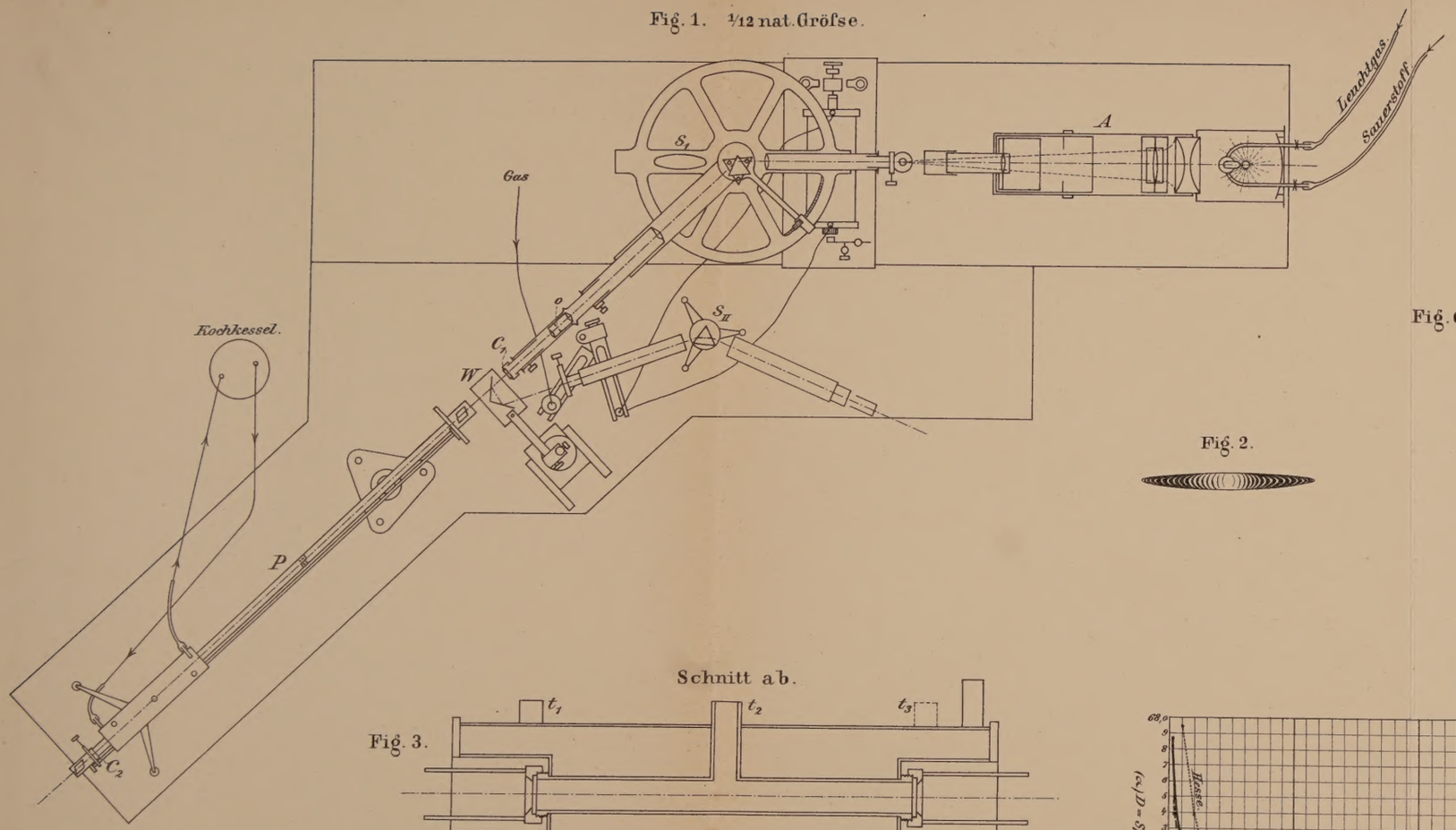
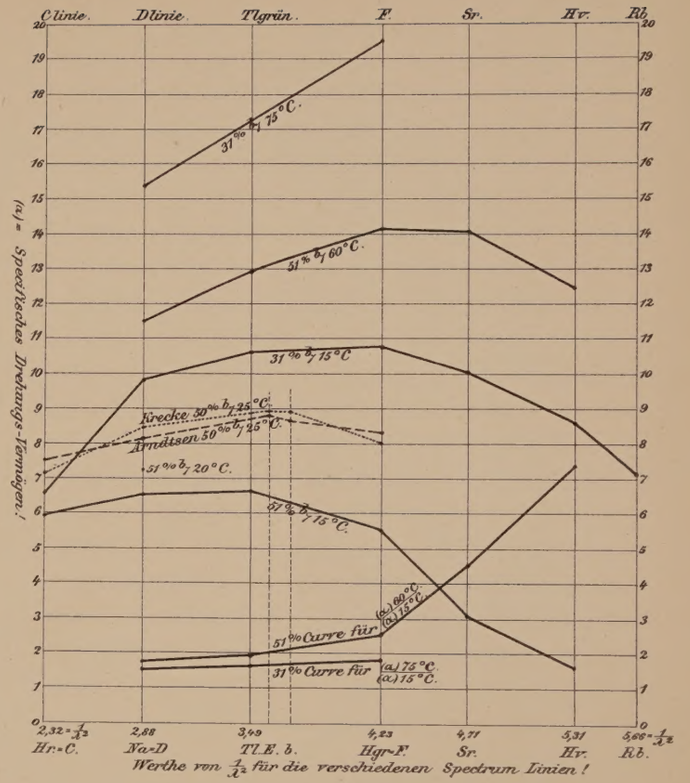


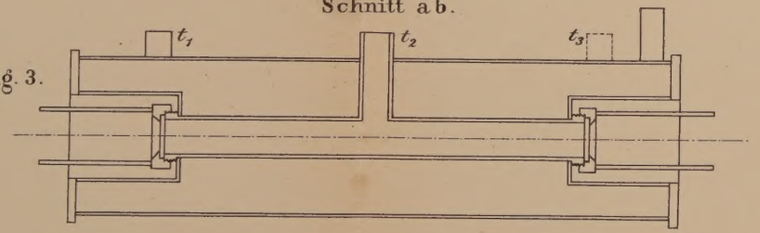
Fig. 2.

Fig. 6.



Schnitt a b.

Fig. 3.



Grundriss.

Fig. 4.

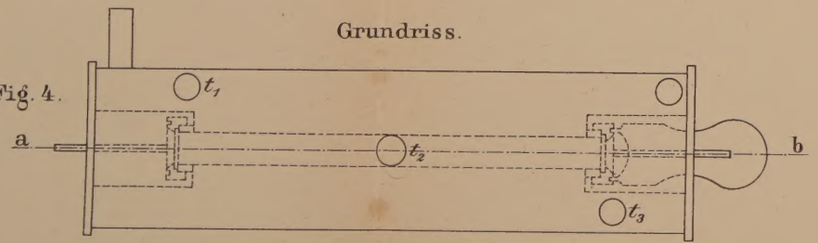
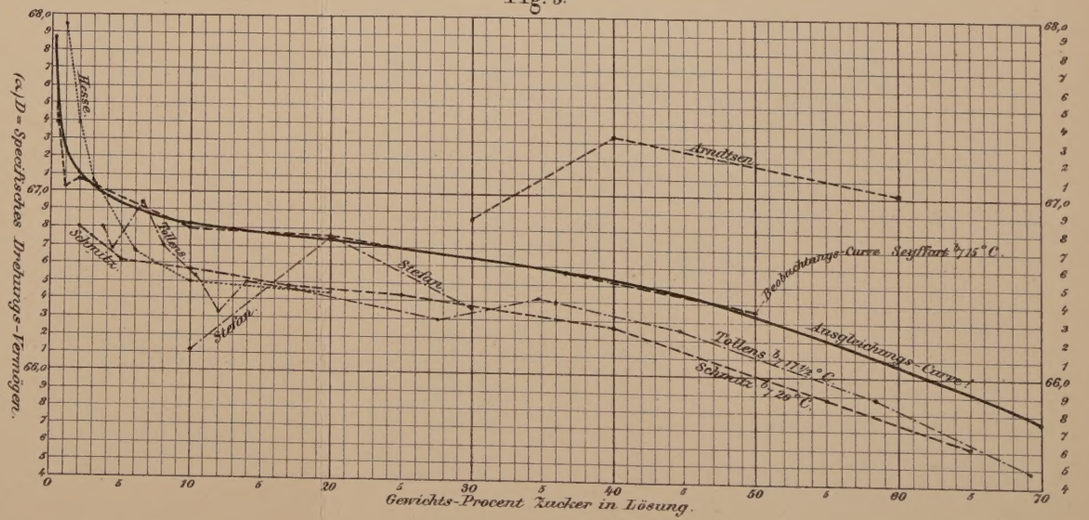


Fig. 5.



Autogr. Anst. von Alfr. Müller, Leipzig R.